

**T.C.  
HARRAN ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ELEKTRİK TRANSFER HATLARINDAKİ VOLTAJ DALGA DAĞILIM  
HAREKETLERİNİN ANALİTİK İNCELENMESİ**

**Yasin BOZKURT**

**ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**ŞANLIURFA  
2023**

# İÇİNDEKİLER

## Sayfa No

ÖZET .....	i
ABSTRACT .....	ii
TEŞEKKÜR .....	iii
ŞEKİLLER DİZİNİ .....	iv
1. GİRİŞ .....	1
2. TEMEL BİLGİLER .....	5
3. MATERYAL ve YÖNTEM .....	11
3.1. Bernoulli Alt Denklem Fonksiyon Metodu.....	11
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA .....	13
4.1. BSEFM'nin JNTL'ye Uygulanması.....	13
4.2. BSEFM'nin NIHM'ye Uygulanması .....	18
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER .....	24
KAYNAKLAR .....	26
ÖZGEÇMİŞ .....	31

# ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

## ELEKTRİK TRANSFER HATLARINDAKİ VOLTAJ DALGA DAĞILIM HAREKETLERİNİN ANALİTİK İNCELENMESİ

Yasin BOZKURT

Harran Üniversitesi  
Fen Bilimleri Enstitüsü  
Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman : Prof. Dr. Mehmet Tahir GÜLLÜOĞLU  
Yıl: 2023, sayfa: 31

Bu çalışmada, Josephson doğrusal olmayan iletim hattı denklemi (JNTL) ile Nonlinear iletim hattı denklemi (NIHM) için uygulanan güçlü yöntemler olan Bernoulli alt-denklemler fonksiyon metodu (BSEFM) gözönüne alınmıştır. Tezde ilk defa ele alınan modellerin BSEFM ile Riccati ve Lie symmetry yöntemlerinden farklı olarak dark, complex, hiperbolik ve üstel çözümler sağlanmıştır. Buna ek olarak üç boyutlu ve contour grafikleri çizilmiştir. Söz konusu denklem için üstel, rasyonel ve karmaşık fonksiyon çözümleri elde edilmiştir. Değişkenlerin uygun değerleri seçilerek, bu tezde elde edilen çözümlerin 2 boyutlu ve 3 boyutlu grafikleri çizilmiştir. Ayrıca elde edilen verilere göre kapsamlı bir sonuç sunulmuştur.

**ANAHTAR KELİMELER:** Josephson doğrusal olmayan iletim hattı denklemi, Nonlinear iletim hattı denklemi, Bernoulli alt denklemler fonksiyon yöntemi, Karmaşık fonksiyon çözümleri, Üstel fonksiyon.

## ABSTRACT

MSc Thesis

### ANALYTICAL INVESTIGATIONS OF VOLTAGE WAVE PROPAGATION BEHAVIOURS IN ELECTRICAL TRANSMISSION LINES

Yasin BOZKURT

Harran University  
Graduate School of Natural and Applied Sciences  
Department of Electrical Electronics Engineering

Supervisor : Prof. Dr. Mehmet Tahir GÜLLÜOĞLU  
Year: 2023, page: 31

In this study, the Bernoulli sub-equation function method (BSEFM), which are powerful methods applied for Josephson nonlinear transmission line equation (JNTL) and nonlinear transmission line equation (NIHM), are considered. Different from the BSEFM and Riccati and Lie symmetry methods of the models discussed for the first time in the thesis, dark, complex, hyperbolic and exponential solutions are provided. In addition, three-dimensional and contour graphics are drawn. Exponential, rational and complex function solutions have been obtained for the mentioned equation. By choosing the appropriate values of the variables, 2D and 3D graphics of the solutions obtained in this thesis were drawn. In addition, a comprehensive result is presented according to the data obtained.

**KEYWORDS:** Josephson nonlinear transmission line equation, Nonlinear transmission line equation, Bernoulli sub-equation function method, Complex function solutions, Exponential Function.

## TEŞEKKÜR

Çalıőmalarımız boyunca desteklerini esirgemeyen, engin bilgileriyle beni bilgilendiren çok kıymetli ve saygıdeğer hocalarım Prof.Dr. Mehmet Tahir GÜLLÜOĞLU ve Prof. Dr. Hacı Mehmet BAŐKONUŐ'a teşekkür ederim. Ayrıca, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümündeki hocalarıma da teőekkürü borç bilirim. Aynı şekilde her koşulda ve her durumda bana destek olan değerli eőim Ü. Gülsüm BOZKURT teőekkürlerimi sunarım. Son olarak bana bu süreçte her zaman destek veren çok değerli aile bireylerime ve kütüphane çalıőanlarına teşekkür ederim.



## ŞEKİLLER DİZİNİ

### Sayfa No

Şekil 1.1. İletim hattındaki hücre kesitinin bir bölümü .....	4
Şekil 2.1. Direnç(a) ve Direnç devre sembolü(b).....	5
Şekil 2.2. KCL'yi açıklayan bir düğümdeki akımlar .....	6
Şekil 2.3. KVL'yi açıklamak için kullanılan tek çevreli bir devre .....	7
Şekil 2.4. Bir dalga ve özellikleri .....	10
Şekil 4.1. $u_1(\xi)$ 'nin iki boyutlu voltaj hareket grafiği .....	14
Şekil 4.2. $u_2(\xi)$ 'nin iki boyutlu voltaj hareket grafiği .....	15
Şekil 4.3. $u_3(\xi)$ 'ün iki boyutlu sanal grafiği .....	16
Şekil 4.4. $u_3(\xi)$ 'ün iki boyutlu reel grafiği .....	16
Şekil 4.5. $u_4(\xi)$ 'ün iki boyutlu sanal grafiği .....	17
Şekil 4.6. $u_4(\xi)$ 'ün iki boyutlu reel grafiği .....	17
Şekil 4.7. $u_1(x, t)$ 'nin üç boyutlu voltaj hareket grafiği .....	19
Şekil 4.8. $u_1(x, t)$ 'nin contour grafiği.....	19
Şekil 4.9. $u_1(x, t)$ 'nin contour grafiği.....	20
Şekil 4.10. $u_2(x, t)$ 'nin üç boyutlu voltaj hareket grafiği .....	21
Şekil 4.11. $u_2(x, t)$ 'nin contour grafiği.....	21
Şekil 4.12. $u_2(x, t)$ 'nin iki boyutlu voltaj hareket grafiği .....	21
Şekil 4.13. $u_3(x, t)$ 'nin üç boyutlu voltaj hareket grafiği .....	22
Şekil 4.14. $u_3(x, t)$ 'nin contour grafiği.....	23
Şekil 4.15. $u_3(x, t)$ 'nin iki boyutlu voltaj hareket grafiği .....	23

## 1. GİRİŞ

Elektrik enerjisi diğer enerji türlerine karşılaştırıldığında, iletimi ve dağıtımı kolay olduğu için modern hayatın vazgeçilmez unsurlardan biridir. Ancak üretim için kullanılan kaynakların günümüzde pahalı ve sınırlı olması nedeniyle enerjinin verimli kullanılması gereklidir. Buna bağlı olarak elektrik enerjisinin tüketici talebini karşılaması için sürekli ve kaliteli bir nitelikte olması gerekir (Küçük, 2018). Son zamanlarda sanayi ve nüfusun artmasıyla birlikte küreselleşmeden kaynaklı hem üretim hem de ticaret fırsatları hızlı bir şekilde artmaktadır. Gelişmekte olan ülkelerin enerji ihtiyaçlarının artmasıyla birlikte, enerji de önemli bir ölçüde gereksinim duyulmaktadır ve bununla birlikte ülkelerin enerji alanında farklı politikalar geliştirmektedir (Senel ve ark., 2013). Artan nüfus ve gelişen sanayi ile enerji tüketimi artmasıyla beraber enerjinin güvenli ve tedarikli bir şekilde kullanımını artık zorunlu hale getirmektedir. Enerjinin üretim ve iletiminin sağlanması için mevcut kaynakların güvenli ve kontrollü bir şekilde kullanılmasına ihtiyaç duyulmaktadır (Çakıl ve ark., 2015). Bu ihtiyaçlar bize yeni teknolojiler geliştirmeye teşvik ederek karmaşık olan sistemlerin çözümlenmesi, hızlı bir şekilde hesaplanması ve algoritmaların modellenmesi için matematiksel modelleme yöntemleri giderek önem kazanmıştır (Samarskii ve Mikhailov, 2001). Enerji dağıtım sisteminde maliyetleri azaltmak ve enerji tasarrufu sağlamak için karma tamsayı programlama modeli kullanılmıştır (Gönen ve Foote, 1982). Bir rüzgar türbinin maksimum güçte verim alabilmek için kullanılan en küçük kareler yöntemi ve kübik spline interpolasyonu eğri uydurma tekniği yöntemleri karşılaştırılmış, gerçek güç eğrilerin en doğru ve istenilen gücün en küçük kareler yöntemi modellemesi uygun olduğu kanaatine varılmıştır (Vinay ve ark., 2011). Yenilenebilir enerji kaynakları hakkında verilerin tahmininin doğru bir şekilde elde etmek, güç ve enerji dengesini sağlayabilmek için sayısal ve matematiksel modelleme tabanlı dağıtık üretim (DG) sistemi ve optimizasyon tekniği karşılaştırılarak incelenmiştir (Theo ve ark., 2017). Endüstriyel ve akademik ortamlarda kullanılan çok güçlü bilgisayar sistemlerinin artmasıyla birlikte matematiksel modelleme giderek artmış ve hem enerji tasarrufu açısından hem de kullanımdan dolayı gizli ısı enerji termal sistemlerin (LHTES) etkin performansı olan eritme ve karşılaştırma işlemlerin modellenmesi üzerinde bir çalışma yapılmıştır (Alexiades ve

Solomon, 1993). Elektrikli araçların (EV) şebekeye entegre etmek ve çok sayıda EV'in aynı anda şarj edilebilmesi için matematiksel modellerden yararlanmıştır (Das ve ark., 2014). Sürekli iletim madunda ve süreksiz iletim madunda dc-dc güç dönüştürücüler için enerji faktörünün (EF) küçük olan sinyalleri analizini ve enerji kayıplarını tanımlayabilmek için matematiksel modellemelerden yararlanmıştır (Lua ve Ye, 2007). Endüstriyel otomasyon ağının ömrünü uzatmak ve güç tasarrufu sağlamak için kümeleme tekniklerinden faydalanmıştır (Priyanka ve Nagarajan, 2016). Dalga enerjisini çıkarmak için maliyeti düşük olan nokta soğurucu sistemini çeşitli matematiksel yöntemlerden faydalanmıştır (Li ve Yu, 2012). Elektromanyetik enerjiyi verimli bir şekilde aktarmak için teorik ve sayısal analiz yöntemlerinden faydalanarak orta menzilli kablosuz enerji transfer çalışması yapmışlardır (Karalis ve ark., 2008). Enerji iletim ve dağıtım tesislerinde devre elemanların yapısı ve çalışma özelliklerine göre bakıldığında elemanları ayrı ayrı durum denklemleri ele alınması karmaşıklığa neden olduğu görülmüştü. Bu karmaşık sistemin kolay ve anlamlı bir şekilde analizinin yapılması için tek bir denklem modeline dönüştürmüştür (Özgenel, 1992). Hidroelektrik santralının iletim hattı boyunca enerji kaybını en aza indirmek için gerekli olan enerjinin miktarını trafo merkezlerine iletmek ve enerji ihtiyacını önceden belirlenerek planlanması yapılmıştır. Bu enerjiyi sağlıklı bir şekilde iletimini sağlanması için çeşitli modelleme yöntemlerini kullanarak sayısal analizi yapılmıştır (Çakıl ve ark., 2015). Konsantre Solar Parabolik Çanak Stirling motor Sistemi (CSP-DSS) ile güneş ışınlarının gücünü ve verimliliğini artırmak için sistem parametrelerini matematiksel modelleme ile analiz edilerek daha iyi sonuçlar almışlardır (Mari ve ark., 2021). Ankara'da bulunan iletim hatlarının güvenilirliğini sağlamak ve sistemde oluşabilecek arızalara kısa zamanda müdahale etmek için iletim hattına modelleme yöntemleri ile sistem koruması sağlanmıştır (Saygılı ve Tezcan, 2019). Enerji nakil hatlarında ani buzlanma sonucunda meydana gelen şok yüklerin hatta oluşturduğu geçici tepkiyi tahmin etmek için makroskopik bir modelleme yaklaşımı ile analizi yapılmıştır (McClure ve Lapointe, 2003). Elektrik iletim hatlarındaki gerilim davranışları hakkında yapılan çalışma sonucunda yürüyen yeni dalga çözümlerini elde etmişlerdir (Özer ve ark., 2021). Doğrusal olmayan iletim hattı denklemi kullanarak yeni geliştirilen Kudraysov yöntemi, sin-Gordon denklemi ve genişletilmiş sinh-Gordon denklem yöntemini uygulayarak yeni dalga çözümler elde etmişlerdir (Kumar ve ark., 2018). (2+1) boyutlu doğrusal olmayan elektrik iletim



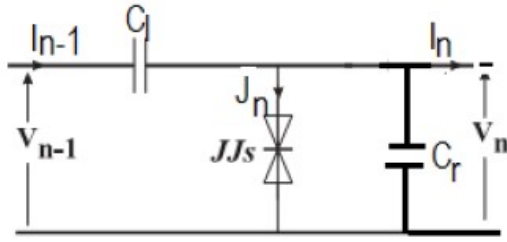
hattı modelinin voltaj davranışlarını incelemek için matematiksel yöntemlerden biri olan tanh fonksiyon yöntemini uygulamışlardır (Başkunuş ve ark., 2021). Analitik bir yöntemin yardımıyla doğrusal olmayan Schrödinger modeli için yeni karmaşık solitonlar bulmakla ilgilenmişlerdir (Gao ve ark., 2020). (2+1)-boyutlu Ablowitz-Kaup-Newell-Segur denkleminin soliton çözümlerini literatüre kazandırdılar (Gao ve ark., 2020). Bazı teknikler kullanarak Klein–Gordon denkleminin analitik incelenmesi yapıldı (Gao ve ark., 2019).

Bu çalışmalar sonucunda enerjinin giderek arz-talep dengesinin beklentileri karşılayamaması, enerjinin küreselleşen dünyada farklı bir önem kazanmıştır. Bilim insanları bu ihtiyaçları karşılamak için farklı yöntemler geliştirmiş, özellikle son zamanlarda matematiksel modelleme yöntemleri gittikçe yaygın hale geldiği görülmüş ve bunun için önemli adımlar atıldığı öngörülmüştür. Bu çalışmamızda iletim hattından elde edilen difarensiyel denklemlere çeşitli paket programlar kullanılarak denklemlerin voltaj dalga hareketlerini analitik, trigonometrik, hiperbolik ve periyodik olarak inceliyoruz.

Bu tez çalışması dört bölümden oluşmaktadır. Bölüm 1’de çalışmanın neden önemli bir hale geldiğini vurguladı. Bölüm 2’de bu çalışmada kullanılan bazı temel bilgiler verildi. Bölüm 3’te Bernoulli alt-denklemler fonksiyon metodu (BSEFM) ayrıntılı bir şekilde sunuldu. Bölüm 4’te ilk olarak BSEFM

$$u_{\xi\xi} + \frac{k\delta^2}{12}u_{\xi\xi\xi\xi} + (\omega_j^2 - g)u - \frac{\omega_j^2}{6}u^3 = 0, \quad (1.1)$$

ile tanımlanan Josephson nonlinear left-handed transmission line (JNTL) denklemine uygulandı (Houwe ve ark., 2017). (1.1) JNTL denkleminin ifade ettiği iletim hatlarındaki hücre kesitinin bir bölümü aşağıdaki şemada sunulmuştur (Şekil 1.1) (Houwe ve ark., 2017).



Şekil 1.1. İletim hattındaki hücre kesitinin bir bölümü

Daha sonra;

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{b}{2} \frac{\partial^2 v^2}{\partial t^2} = \frac{1}{LC_0} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\delta^2}{12LC_0} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4}, \quad (1.2)$$

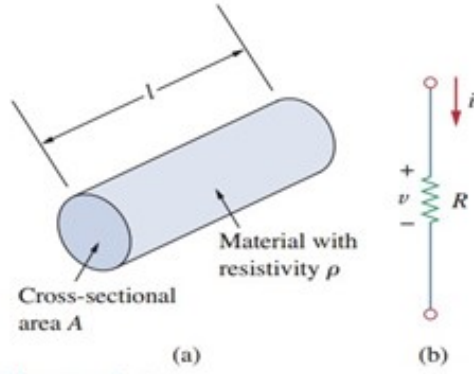
ile tanımlanan bir elektrik devresinde nonlinear iletim hattı (NIHM) denkleminde kullanıldı (Kumar, 2022). Bu denklem Lie symmetry metodu kullanılarak çeşitli formlarda dinamik hareketlerini indirgeyerek incelenmiştir. Ayrıca kuvvet serisi çözümleri ise indirgenmiş denklemdeki ikinci türevi ve kendisi alınarak incelenmiştir. İlâveten kuvvet serilerinin çözümünün yakınsaklığı ile çatallanma analizi araştırılmıştır (Kumar, 2022).

## 2. TEMEL BİLGİLER

Bu tezde kullanılan temel tanımlar ve özellikler;

Elektrik sistemlerinde devrelerin analizinin doğru bir şekilde yapılması için bazı temel kanunlara ihtiyaç duyulmaktadır. Bunlar en temel iki kanun olan Ohm kanunu ve Kirchhoff kanunlarıdır (Alexander ve Sadiku., 2017).

**Tanım 2.1.** "OHM kanunu; bir çok malzeme elektrik yükünün akışına karşı koyan karakteristik davranışlar sergiler. Bu akıma karşı koyma yeteneğine direnç (rezistans) denilir.  $R$  ile gösterilir ve birimi Ohm'dur. Bir malzemenin düzgün bir kesit alanına  $A$ , malzemenin direncine  $R$  ve malzemenin uzunluğu  $\ell$  ise matematiksel olarak  $R = \rho \frac{\ell}{A}$  ifade edilir. Dirençler genellikle metalik alaşımlardan ve karbon bileşenlerden yapılır. Direnç için akım ve gerilim arasındaki ilişkiyi Alman fizikçi Georg Simon Ohm (1787-1854) tarafından bulunmuştur" (Şekil 2.1) (Alexander ve Sadiku., 2017). Yani



Şekil 2.1. Direnç(a) ve Direnç devre sembolü(b)

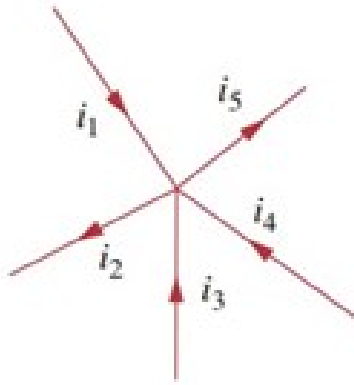
Ohm yasasına göre omik teller için; bir elektrik devresinde direncin uçları arasındaki gerilim  $V$ , direncin içinden geçen akım  $I$ , direnç  $R$  olarak ifade edilirse;

$$V = I.R \quad (2.1)$$

şeklinde matematiksel bir bağıntı elde edilir (Alexander ve Sadiku., 2017).

Bazı elektrik ve elektronik devreler için Ohm kanunu ile analiz etmek tek başına yeterli olmayabilir. Bunun için Ohm konunu ile birlikte Kirchhoff'un akım ve gerilim kanunları bir çok elektrik ve elektronik devre analizleri birlikte yapılması şeklinde tercih edilir.

a. Kirchhoff akım kanunu; bir düğüme (veya kapalı bir sınıra) giren akımların cebirsel toplamının sıfır olduğunu belirtir. Bu kanuna göre aşağıda gösterilen bir düğümdeki akımların durumu;



Şekil 2.2. KCL'yi açıklayan bir düğümdeki akımlar

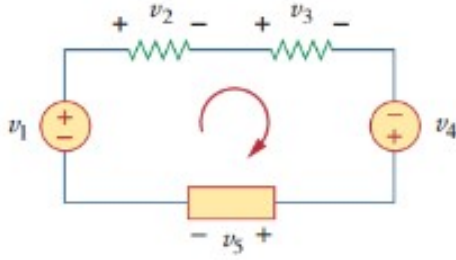
$$I_1 + (-I_2) + I_3 + I_4 + (-I_5) = 0. \quad (2.2)$$

şeklinde ifade edilir (Şekil 2.2) (Alexander ve Sadiku., 2017).

b. Kirchhoff gerilim kanunu; kirchhoff'un ikinci kanunu enerji prensibine dayanmaktadır. Yani kapalı bir yol (veya çevre) boyunca gerilimlerin cebirsel toplamının sıfır olduğunu belirtir. Bu kanuna göre aşağıda gösterilen devrenin;

$$(-V_1) + V_2 + V_3 + (-V_4) + V_5 = 0. \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilir (Şekil 2.3) (Alexander ve Sadiku., 2017).



Şekil 2.3. KVL'yi açıklamak için kullanılan tek çevreli bir devre

**Tanım 2.2.** "Akım, bir pilin iki ucuna bakır bir tel bağlanırsa, bakır teldeki milyonlarca serbet elektron pilin negatif ucundan pozitif ucuna doğru akar. Bu şekilde pilin negatif ucundan pozitif ucuna doğru akan elektron akımına elektrik akımı adı verilir. Akımın yönü elektronların akış yönünün tersidir. Elektronların hareketleri hep zamana karşıdır ve akımın büyüklüğü elektronların sayısıyla yani yük ile doğru orantılıdır. I ile gösterilir birimi Amper'dir. Dolayısıyla;

$$I = \frac{Q}{t}. \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir" (Selek, 2019).

**Tanım 2.3.** "Gerilim; elektron hareketi yani elektrik akımının geçmesinin nedenine; elektrikselsel basınç, emk (elektro motor kuvveti) ismi verilir. Bir iletkenin iki ucuna emk uygulandığı zaman bir akım geçer ve bu iki uç arasında bir potansiyel fark vardır denir. Herhangi iki uç arasındaki potansiyel farka gerilim adı verilir. V ile gösterilir birimi Volt'tur" (Selek, 2019).

**Tanım 2.4.** "Endüktans; pasif iki uçlu bir devre elamanıdır. Birimi Henry(H)'dir. Uçlar arası gerilim ve içinden geçen gerilim ilişkisi aşağıdaki denklemde verilmiştir" (Özil ve ark., 2012).

$$V(t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (2.5)$$

**Tanım 2.5.** "Kapasite (Kondansatör); kapasite pasif iki uçlu bir devre elemanı olup birimi Farad(F)'dir. Uçlar arası gerilim ve geçen akım ilişkisi aşağıdaki denklemde verilmiştir" (Özil ve ark., 2012).

$$I(t) = C \frac{dv(t)}{dt}. \quad (2.6)$$

**Tanım 2.6.** "Bir veya birden fazla bağımlı değişkenin, bir veya birden fazla bağımsız değişkene göre türevlerini içeren denkleme diferansiyel denklem denir" (Cherruault, 1988).

**Tanım 2.7.** "Bir bağımlı ve bir bağımsız değişkenden oluşan bağımlı değişkenin bağımsız değişkene göre çeşitli mertebeden adi türevlerini bulunduran denkleme adi diferansiyel denklem denir. Genel olarak,

$$f \left( x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n} \right) = 0, \quad (2.7)$$

şeklinde yazılır" (Yasar, 2005).

**Tanım 2.8.** Bir diferansiyel denklemin en yüksek mertebeli türevi denklemin mertebesidir. En yüksek mertebeli türevin derecesi de diferansiyel denklemin derecesidir (Baki, 2017).

**Tanım 2.9.** "Bir diferansiyel denklemde bilinmeyen fonksiyon  $y$  ve bağımsız değişken  $x$  olmak üzere,

$$b_n(x) \frac{d^ny}{dx^n} + b_{n-1}(x) \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + b_2(x) \frac{d^2y}{dx^2} + b_1(x) \frac{d^1y}{dx^1} + b_0(x) y = g(x), \quad (2.8)$$

veya

$$\sum_{j=1}^n b_j(x) y^{(j)} + b_0(x) y = g(x), \quad (2.9)$$

biçiminde yazılabiliyorsa bu diferansiyel denkleme Lineer Diferansiyel Denklem denir. Burada  $b_j(x)$ , ( $j = 0, 1, 2, \dots, n$ ) ve  $g(x)$  bilinen ve yalnız  $x$  değişkenine bağlı fonksiyonlardır". Verilen ifadeden görüleceği üzere, denklemde bağımlı değişken ile türevleri birinci dereceden, bağımlı değişken ve onun türevleri  $b_j(x)$  ile çarpım halinde ve aynı zamanda cebirsel ifade olarak verilmiştir (Yasar, 2009).

**Tanım 2.10.**  $p$  ve  $q$ ,  $x$  in sürekli fonksiyonları olsun

$$y' + p(x)y = q(x)y^n, \quad (2.10)$$

( $n \neq 0, n \neq 1, n$  sabit bir sayı) şeklindeki denklemlere Bernoulli diferansiyel denklemi denir (Yasar, 2009).

**Tanım 2.11.**  $X$  ve  $Y$  iki normlu uzay ve  $K : X \rightarrow Y$  lineer (veya lineer olmayan) bir dönüşüm olsun. Aşağıdaki eşitlikler sağlanıyorsa,  $Kx = y$  denklemi iyi tanımlı olarak adlandırılır.

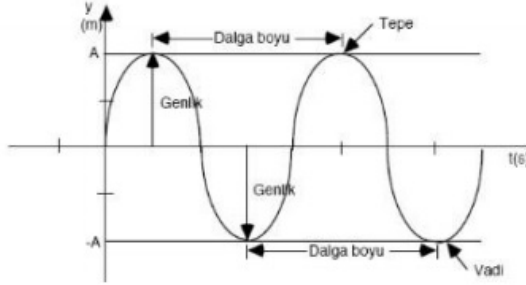
1. Varlık: Her  $y \in Y$  için  $Kx = y$  olacak şekilde en az bir  $x \in X$  vardır.
2. Teklik: Her  $y \in Y$  için  $Kx = y$  olacak şekilde en fazla bir  $x \in X$  vardır.
3. Kararlılık:  $x$  çözümü daima  $y$ 'ye bağlıdır. Yani  $n \rightarrow \infty$  iken  $Kx_n \rightarrow Kx$  olacak şekilde her  $(x_n) \subset X$  dizisi için  $x_n \rightarrow x$  olmasıdır" (Cavlak, 2013).

**Tanım 2.12.** "İlerleme, çarpışma esnasında hiçbir şekilde fiziksel özelliklerini değiştirmeyen dalgalara solitary dalgalar denir" (Şekil 2.4) (Russel, 1844).

**Tanım 2.13.** "Ayrıca soliton teorisi (Wazwaz, 2002) pek çok fiziksel alanda da uygulama sahasına sahiptir. Diğer taraftan, bir soliton aşağıdaki özellikleri taşıyan bir lineer olmayan kısmi diferansiyel denklemin bir çözümü olarak tanımlanabilir.

- i) Çözüm, sürekli bir dalga formunda olmalıdır.
- ii) Çözüm sınırlandırılır, yani KdV denkleminde elde edilen solitonlar gibi çözüm üstel olarak sıfıra doğru bozulur veya sine-Gordon denkleminde verilen solitonlar gibi çözüm sonsuzda bir sabite yakınsar.
- iii) Soliton, karakterini koruyan diğer solitonlar ile iç etkileşim içinde bulunur.

KdV denklemi ve diğer benzer denklemlerin tek soliton çözümü genellikle tek dalga olarak kullanılır, eğer birden fazla soliton çözüm varsa solitonlar olarak adlandırılır” (Baskonus, 2011).



Şekil 2.4. Bir dalga ve özellikleri



### 3. MATERYAL ve YÖNTEM

Tezin bu bölümünde literatür çalışması sonrası belirlenen diferansiyel denklemlerin çözümlerini bulmak için kullanılan Bernoulli alt fonksiyon metodu (BSEFM) detaylı bir şekilde incelenecektir.

#### 3.1. Bernoulli Alt Denklem Fonksiyon Metodu

Literatüre son zamanlarda kazandırılan Bernoulli alt denklem fonksiyon metodu (BSEFM) genel özellikleri aşağıdaki adımlarla ifade edilmiştir (Zheng, 2012; Baskonus ve Gómez-Aguilar, 2019; Yel ve ark., 2020; Bulut ve ark., 2017; Baskonus ve ark., 2015; Bozkurt ve ark., 2021; Bozkurt ve ark., 2022).

**Adım 1.** Aşağıdaki doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denkleminin genel halini ele alalım,

$$P(u, u_x, u_t, u_{xt}, u_{xx}, u^2, \dots) = 0, \quad (3.1)$$

bu denklemde

$$u(x, t) = V(\zeta), \quad \zeta = kx - ct, \quad (3.2)$$

olarak tanımlanan dalga dönüşümünü uygularsak aşağıdaki lineer olmayan adi diferansiyel denklemi elde ederiz.

$$N(V, V', V'', \dots) = 0, \quad (3.3)$$

burada

$$V = V(\zeta), \quad V' = \frac{dV}{d\zeta}, \quad V'' = \frac{d^2V}{d\zeta^2}, \dots$$

**Adım 2.** BSEFM yapısı gereği denklem (3.3)'ün deneme çözüm denklemi aşağıdaki gibi seçilir.

$$V(\zeta) = \sum_{i=0}^n a_i F^i = a_0 + a_1 F + a_2 F^2 + \dots + a_n F^n, \quad (3.4)$$

ve

$$F' = bF + dF^M, \quad b \neq 0, \quad d \neq 0, \quad M \in \mathbb{R} - \{0, 1, 2\}, \quad (3.5)$$

burada  $F(\zeta)$  Bernoulli diferansiyel denklemini sağlayan polinomdur. Denklem (3.4)'ü ve denklem (3.5)'i denklem (3.3)'te yerine yazarsak,  $F$  'in aşağıdaki gibi bir cebirsel denklemini elde ederiz.

$$\Psi(F(\zeta)) = \vartheta_\sigma F^\sigma(\zeta) + \dots + \vartheta_1 F(\zeta) + \vartheta_0 = 0. \quad (3.6)$$

Balance prensibine göre,  $n$  ve  $M$  arasında bir ilişki elde edebiliriz.

**Adım 3.** (3.6) denkleminde bulunan  $F$ 'in aynı kuvvetten katsayılarını sıfıra eşitlersek bir cebirsel denklem sistemi elde ederiz.

$$\vartheta_i = 0, \quad i = 0, \dots, \sigma. \quad (3.7)$$

Bu sistemi çözersek,  $b, d, c, k, a_0, \dots, a_n$  'in değerlerini elde ederiz.

**Adım 4.** Denklem (3.5)'i çözdüğümüzde,  $b$  ve  $d$ 'ye göre aşağıdaki iki durumu elde ederiz;

$$F(\zeta) = \left[ \frac{-d}{b} + \frac{E}{e^{b(M-1)\zeta}} \right]^{\frac{1}{1-M}}, \quad b \neq d, \quad (3.8)$$

$$F(\zeta) = \left[ \frac{E - 1 + (E + 1) \tanh\left(\frac{b(1-M)\zeta}{2}\right)}{1 - \tanh\left(\frac{b(1-M)\zeta}{2}\right)} \right]^{\frac{1}{1-M}}, \quad b = d, E \in \mathbb{R}. \quad (3.9)$$

Denklem (3.7)'de elde edilen katsayıları denklem (3.4)'ün yerine yazarsak, (3.1) denklemini için aranan çözüm elde edilmiş olur.

#### 4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

Bernoulli alt denklem fonksiyon metodunu Josephson doğrusal olmayan iletim hattı denkleminde (JNTL) bazı yeni dalga çözümleri bulmak için uygulandı.

##### 4.1. BSEFM'nin JNTL'ye Uygulanması

Denklem (1.1)'in integrali alındığında

$$u_{\xi} + \frac{k\delta^2}{12}u_{\xi\xi\xi} + \frac{\tau}{2}u^2 - \frac{\kappa}{24}u^4 = 0, \quad (4.1)$$

şeklinde yeniden yazılabilir ve burada  $\tau = \omega_j^2 - g$ ,  $\kappa = \omega_j^2$  olup integral sabiti 0 dir.

$$u' - \frac{k\delta^2}{12}u''' + \frac{\tau}{2}u^2 - \frac{\kappa}{24}u^4 = 0 \quad (4.2)$$

şeklinde bir nonlinear adi diferansiyel denklem elde edilir. Denklem (1.1)'e balance uygulanırsa  $n$  ve  $M$  için

$$2M = n + 2, \quad (4.3)$$

ifadesi elde edilir. Buradan  $n$  ve  $M$  'nin farklı değerleri için İDD'den aşağıdaki şekilde yeni salınımlı dalga çözümleri elde ederiz.

Durum 1. Eğer  $n = 4$  ve  $M = 3$  olarak alırsak,

$$u = a_0 + a_1F + a_2F^2 + a_3F^3 + a_4F^4, \quad (4.4)$$

şeklinde deneme çözüm denklemini yazabiliriz. Denklem (4.4)'ün birinci ve ikinci mertebeden türevleri ise

$$u' = a_1bF + 2a_2bF^2 + \kappa F^3 + \nu F^4 + 3a_3dF^5 + 4a_4dF^6, \quad (4.5)$$

$$u'' = a_1bF' + 4a_2bFF' + 3\kappa F^2F' + 4\nu F^3F' + 15a_3dF^4F' + 24a_4dF^5F', \quad (4.6)$$

olarak yazılır. Burada  $\kappa = a_1d + 3a_3b$ ,  $\nu = 2a_2d + 4a_4b$ ,  $a_4 \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0$  olup reel sabitlerdir. (4.5) ve (4.6) denklemlerini denklem (4.2)'de yerine yazdığımızda  $F$ 'nin farklı kuvvetten terimlerini içeren bir denklem elde ederiz. Bu terimlerin katsayılarını sıfıra eşitlersek bir denklem sistemi buluruz. Elde edilen bu denklem sistemini çözersek aşağıdaki gibi çözümler buluruz.

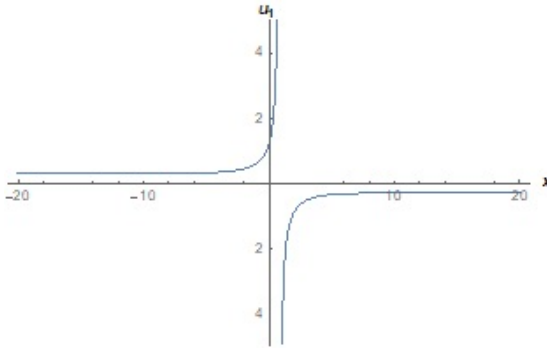
Durum 1.1.  $b \neq d$  için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = \frac{ba_2}{2d}, a_1 = 0, k = \frac{6}{b^2\delta^2}, n = \frac{576d^3}{b^2a_2^3}, m = \frac{12d}{a_2}, a_4 = 0, a_3 = 0, \quad (4.7)$$

denklem (4.7)'deki bu değişkenleri denklem (4.4)'ün yerine yazarsak, aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u_1(\xi) = \frac{ba_2}{2d} + \frac{a_2}{\frac{-d}{b} + e^{2b\xi}E}, \quad (4.8)$$

burada  $b, d, a_2, E$  sıfırdan farklı reel sabitlerdir. Voltaj hareketinin iki boyutlu grafiği  $u_1(\xi)$  çözümü ile  $n = 4$  alınarak üstel foksiyon voltaj hareketleri elde edilmiştir. (4.8) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerine karşılık gelen voltaj hareket grafiği Şekil 4.1'de çizilmiştir.



Şekil 4.1.  $u_1(\xi)$ 'nin iki boyutlu voltaj hareket grafiği

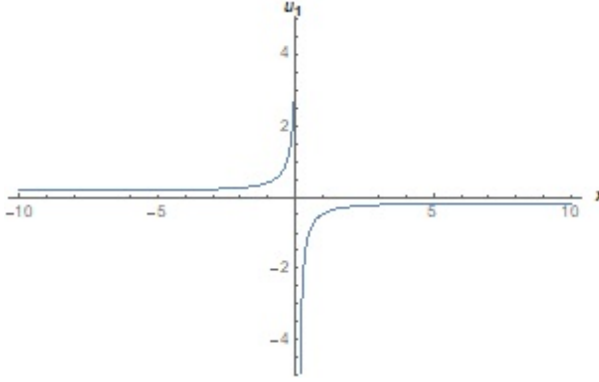
Durum 1.2.  $b \neq d$  için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = \frac{ba_2}{2d}, a_1 = 0, k = \frac{6}{b^2\delta^2}, n = \frac{576d^3}{b^2a_2^3}, m = \frac{12d}{a_2}, a_3 = 0, a_4 = 0 \quad (4.9)$$

denklem (4.9)'daki bu değişkenleri denklem (4.4)'ün yerine yazarsak, aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u_2(\xi) = \frac{a_2}{2} + \frac{a_2(1 + \tanh[d\xi])}{-1 + E - (1 + E)\tanh[d\xi]}, \quad (4.10)$$

burada  $a_2, d, E$  sıfırdan farklı reel sabitlerdir.  $u_2(\xi)$  çözümü ile dark çözümlerine sahip yeni formlar elde edilmiştir. (4.10) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerine karşılık gelen voltaj hareket grafiği Şekil 4.2'de çizilmiştir.

Şekil 4.2.  $u_2(\xi)$ 'nin iki boyutlu voltaj hareket grafiği

Durum 1.3.  $b \neq d$  için aşağıdaki katsayıları alırsak;

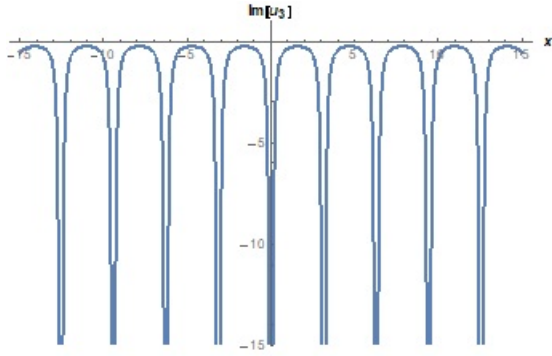
$$a_4 = 0, a_3 = 0, d = i, a_0 = -\frac{2(-1)^{1/3}3^{2/3}b^{1/3}}{n^{1/3}}, a_1 = 0, a_2 = -\frac{4(-1)^{5/6}3^{2/3}}{b^{2/3}n^{1/3}},$$

$$k = \frac{6}{b^2\delta^2}, m = (-1)^{2/3}3^{1/3}b^{2/3}n^{1/3}, \quad (4.11)$$

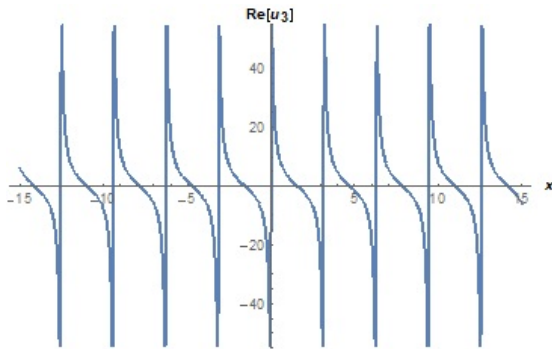
denklem (4.11)'deki bu değişkenleri denklem (4.4)'e yerine yazarsak, denklem aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u_3(\xi) = -\frac{2i3^{2/3}}{n^{1/3}} - \frac{4i3^{2/3}(1 + i\tan[\xi])}{n^{1/3}(-1 + E - i(1 + E)\tan[\xi])}, \quad (4.12)$$

burada  $n, E$  sıfırdan farklı reel sabitlerdir.  $u_3(\xi)$  çözümü ile  $n = 4$  ve  $M = 3$  için kompleks trigonometrik özelliği literatüre sunulmuştur. (4.12) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerine karşılık gelen voltaj hareket grafikleri Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te çizilmiştir.



Şekil 4.3.  $u_3(\xi)$ 'ün iki boyutlu sanal grafiği



Şekil 4.4.  $u_3(\xi)$ 'ün iki boyutlu reel grafiği

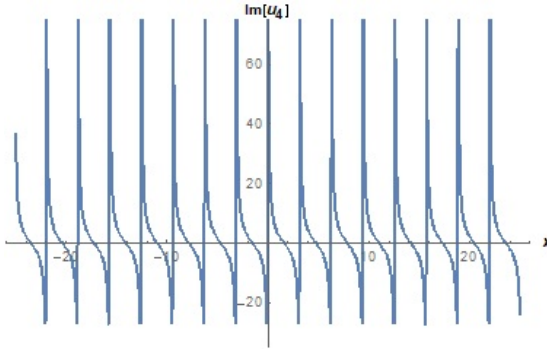
Durum 1.4.  $b = d$  için aşağıdaki katsayıları alırsak;

$$a_0 = \frac{23^{2/3}b^{1/3}}{n^{1/3}}, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = \frac{4i3^{2/3}}{b^{2/3}n^{1/3}}, \quad k = \frac{6}{b^2\delta^2}, \quad m = 3^{1/3}b^{2/3}n^{1/3}, \quad (4.13)$$

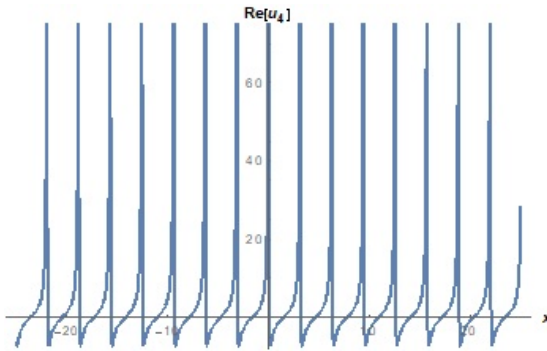
denklem (4.13)'deki bu değişkenleri denklem (4.4)'ün yerine yazarsak, denklem aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u_4(\xi) = \frac{2(-1)^{1/6}3^{2/3}}{n^{1/3}} - \frac{4i(-3)(1 + itan[\xi])}{n^{1/3}(-1 + E - i(1 + E)tan[\xi])}, \quad (4.14)$$

burada  $n, E$  sıfırdan farklı reel sabitlerdir.  $u_4(\xi)$  çözümü ile bir diğer kompleks trigonometrik çözümler literatüre sunulmuştur. (4.14) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerine karşılık gelen voltaj hareket grafikleri Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'da çizilmiştir.



Şekil 4.5.  $u_4(\xi)$ 'ün iki boyutlu sanal grafiği



Şekil 4.6.  $u_4(\xi)$ 'ün iki boyutlu reel grafiği

#### 4.2. BSEFM'nin NIHM'ye Uygulanması

Denklem (1.2)'ye  $v = V(\zeta)$ ,  $\zeta = x - \mu t$  uygularsak

$$\frac{\delta^2}{12LC_0}V'''' + \left(\frac{1}{LC_0 - \mu^2}\right)V'' + \frac{b\mu^2}{2}(V^2)'' = 0, \quad (4.15)$$

şeklinde yeniden yazılabiliriz ve burada  $\mu_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$  olup integral sabiti 0 dir. Denklem iki defa integral alındığında,

$$\frac{\delta^2\mu_0^2}{12}V'' + \left(\frac{b\mu^2}{2}\right)V^2 + (\mu_0^2 - \mu^2)V = 0, \quad (4.16)$$

şeklinde bir nonlinear diferansiyel denklem elde edilir. Denklem (4.16)'ya balance uygulanırsa  $n$  ve  $M$  için

$$2M = n + 2, \quad (4.17)$$

ifadesi elde edilir. Buradan  $n$  ve  $M$  'nin farklı değerleri için NIHM'den aşağıdaki şekilde yeni salınımlı dalga çözümleri elde ederiz.

Durum 1. Eğer  $n = 4$  ve  $M = 3$  olarak alırsak,

$$V = a_0 + a_1F + a_2F^2 + a_3F^3 + a_4F^4, \quad (4.18)$$

şeklinde deneme çözüm denklemini yazabiliriz. Denklem (4.18)'in birinci ve ikinci mertebeden türevleri ise

$$V' = a_1bF + 2a_2bF^2 + \kappa F^3 + \nu F^4 + 3a_3dF^5 + 4a_4dF^6, \quad (4.19)$$

$$V'' = a_1bF' + 4a_2bFF' + 3\kappa F^2F' + 4\nu F^3F' + 15a_3dF^4F' + 24a_4dF^5F', \quad (4.20)$$

olarak yazılır. Burada  $\kappa = a_1d + 3a_3b$ ,  $\nu = 2a_2d + 4a_4b$ ,  $a_4 \neq 0$ ,  $b \neq 0$ ,  $d \neq 0$  olup reel sabitlerdir. (4.19) ve (4.20) denklemlerini denklem (4.16)'da yerine yazdığımızda  $F$ 'nin farklı kuvvetten terimlerini içeren bir denklem elde ederiz. Bu terimlerin katsayılarını sıfıra eşitlersek bir denklem sistemi buluruz. Elde edilen bu denklem sistemini çözersek aşağıdaki gibi çözümler buluruz.

Durum 1.1. Bu parametre değerlerini seçtiğimizde;

$$\mu_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}, \quad a_0 = \frac{24(\mu^2 - \mu_0^2)}{d^2\mu^4a_4}, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = \frac{12(\mu^2 - \mu_0^2)}{d\mu^2}, \quad a_3 = 0,$$

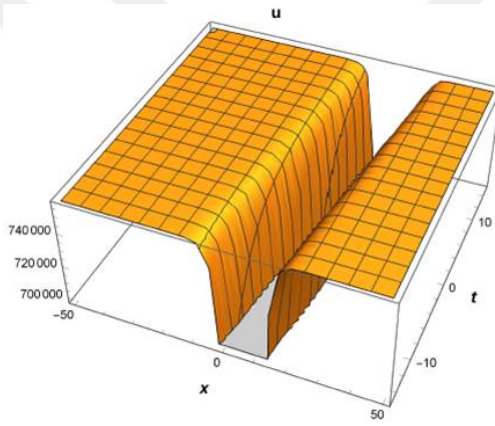


$$b = \frac{d^2 \mu^2 a_4}{12(\mu^2 - \mu_0^2)}, \delta = \frac{\sqrt{3} \sqrt{-\mu^2 + \mu_0^2}}{d\mu_0}, \quad (4.21)$$

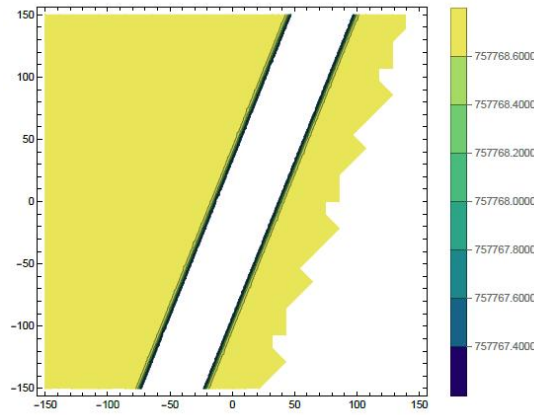
denklem (4.21)'deki bu değişkenleri denklem (4.18)'in yerine yazarsak, aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u_1(x, t) = \frac{a_4}{[e^{-2d(x-t\mu)\epsilon} - \tau]^2} + \frac{12(\mu^2 - \frac{1}{LC_0})}{d\mu^2[e^{-2d(x-t\mu)\epsilon} - \tau]} + \frac{24(\mu^2 - \frac{1}{LC_0})^2}{d^2\mu^2 a_4}, \quad (4.22)$$

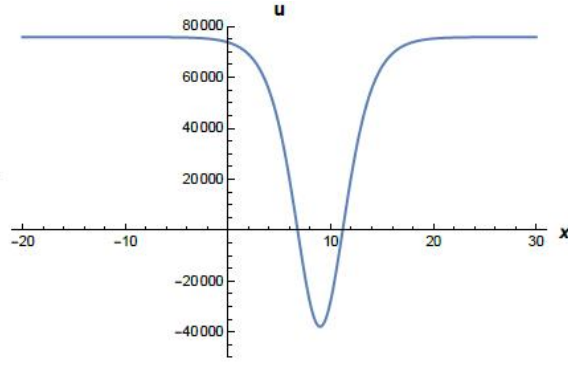
burada  $a_4, d, \mu, \epsilon, \tau, \mu_0$ , sıfırdan farklı reel sabitlerdir ve  $\tau = \frac{d\mu^2 a_4}{12(\mu^2 - \frac{1}{LC_0})}$ .  $u_1(x, t)$  çözümü ile denklem (1.2)'nin üstel fonksiyon çözümü elde edilmiştir. (4.22) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerine karşılık gelen voltaj hareket grafikleri Şekil 4.7, Şekil 4.8 ve Şekil 4.9 çizebiliriz.



Şekil 4.7.  $u_1(x, t)$ 'nin üç boyutlu voltaj hareket grafiği



Şekil 4.8.  $u_1(x, t)$ 'nin contour grafiği

Şekil 4.9.  $u_1(x, t)$ 'nin contour grafiği

Durum 1.2. Bu parametre değerlerini seçtiğimizde;

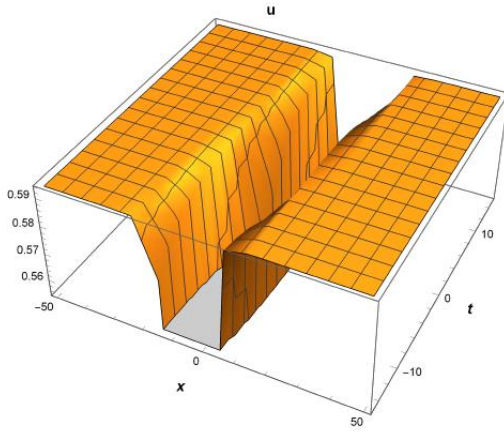
$$L = \frac{1}{C_0} \frac{1}{-\frac{\mu}{\sqrt{1-\frac{d^2\delta^2}{3}}}} * \frac{1}{-\frac{\mu}{\sqrt{1-\frac{d^2\delta^2}{3}}}}, a_0 = \frac{24d^2\delta^4}{(-3 + d^2\delta^2)^2 a_4}, a_1 = 0,$$

$$a_2 = \frac{12d\delta^2}{-3 + d^2\delta^2}, a_3 = 0, b = \frac{(-3 + d^2\delta^2)a_4}{12d\delta^2}, \mu_0 = \frac{-\mu}{\sqrt{1-\frac{d^2\delta^2}{3}}}, \quad (4.23)$$

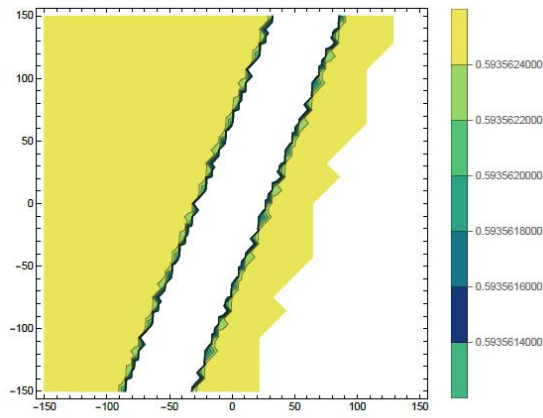
denklem (4.23)'deki bu değişkenleri denklem (4.4)'te yerine yazarsak, denklem (4.24) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u_2(x, t) = \frac{24d^2\delta^4}{(-3 + d^2\delta^2)^2 a_4} + \frac{a_4}{(\beta\epsilon - \alpha)^2} + \frac{12d\delta^2}{(-3 + d^2\delta^2)(\beta\epsilon - \alpha)}, \quad (4.24)$$

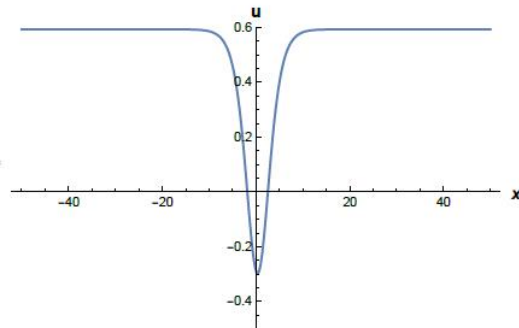
burada  $b, d, \delta, a_4, \epsilon$  sıfırdan farklı reel sabitlerdir ve  $\beta = e^{-2d(x-t\mu)}$ ,  $\alpha = \frac{(-3+d^2\delta^2)a_4}{12d\delta^2}$ .  $u_2(x, t)$  çözümü ile de rasyonel üstel çözüm özelliği blunmuş oldu. (4.24) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerine karşılık gelen voltaj hareket grafikleri Şekil 4.10, Şekil 4.11 ve Şekil 4.12 çizebiliriz.



Şekil 4.10.  $u_2(x, t)$ 'nin üç boyutlu voltaj hareket grafiği



Şekil 4.11.  $u_2(x, t)$ 'nin contour grafiği



Şekil 4.12.  $u_2(x, t)$ 'nin iki boyutlu voltaj hareket grafiği

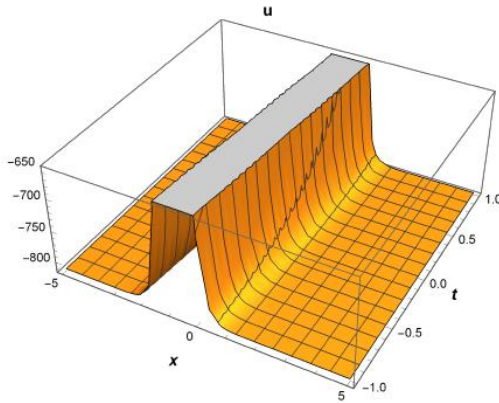
Durum 1.3. Bu parametre değerlerini seçtiğimizde;

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC_0}}, \quad a_0 = \frac{2(\mu^2 - \mu_0^2)}{b\mu^2}, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = \frac{4\sqrt{3}\delta\mu_0\sqrt{-\mu^2 + \mu_0^2}}{\mu^2}, \\ a_3 &= 0, \quad a_4 = -\frac{4b\delta^2\mu_0^2}{\mu^2}, \quad d = \frac{-\sqrt{3}\sqrt{-\mu^2 + \mu_0^2}}{\delta\mu_0}, \end{aligned} \quad (4.25)$$

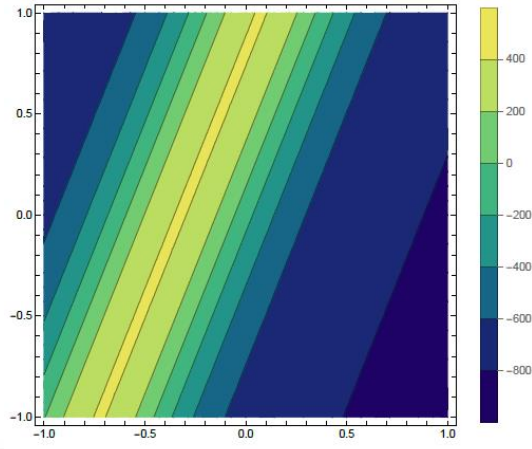
denklem (4.25)'deki bu değişkenleri denklem (4.4)'te yerine yazarsak, denklem (4.26) için aşağıdaki üstel fonksiyon çözümünü buluruz;

$$u_3(x, t) = \frac{2(\mu^2 - \mu_0)}{b\mu^2} - \frac{4b\delta^2}{L\mu^2 C_0 (\Omega\epsilon + \Theta)^2} + \frac{4\sqrt{3}\delta\sqrt{-\mu^2 + \mu_0}}{\mu^2\sqrt{LC_0}(\Omega\epsilon + \Theta)}, \quad (4.26)$$

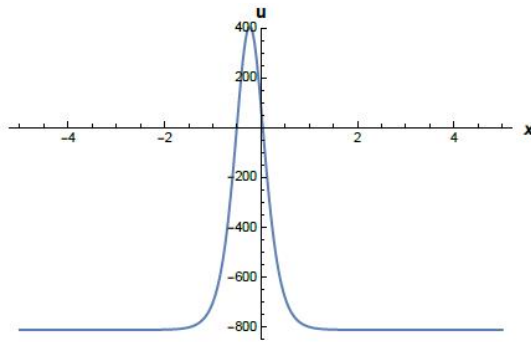
burada  $\mu_0, \delta, \epsilon, b$  sıfırdan farklı reel sabitlerdir ve  $\Omega = e^{\frac{2\sqrt{3}(x-\mu t)\sqrt{-\mu^2 + \mu_0}}{\delta}}$ ,  $\Theta = \frac{b\delta}{\sqrt{3}\sqrt{-\mu^2 + \mu_0}\sqrt{LC_0}}$ .  $u_3(x, t)$  çözümü ile Denklem (1.2)'nin bir diğer üstel fonksiyon çözümü elde edilmiş oldu. (4.26) denklemindeki parametrelerin uygun değerlerine karşılık gelen voltaj hareket grafikleri Şekil 4.13, Şekil 4.14 ve Şekil 4.15 çizebiliriz.



Şekil 4.13.  $u_3(x, t)$ 'nin üç boyutlu voltaj hareket grafiği



Şekil 4.14.  $u_3(x, t)$ 'nin contour grafiği



Şekil 4.15.  $u_3(x, t)$ 'nin iki boyutlu voltaj hareket grafiği

## 5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

Son zamanlarda artan nüfus gelişen sanayi ve teknoloji ile birlikte enerji tüketimi her geçen gün artmaktadır. Enerjinin üretim ve iletiminin sağlanması için mevcut kaynakların güvenli ve kontrollü bir şekilde kullanılmasına büyük önem arz etmektedir. Yeni teknolojinin gelişmesiyle birlikte karmaşık olan sistemlerin çözülmesi ve hızlı bir şekilde hesaplanması için matematiksel modelleme yöntemleri giderek büyük önem kazanmıştır. Bu çalışmamızda Bernoulli alt-denklemler fonksiyon yöntemi (BSEFM) Denklem (1.1) ve Denklem (1.2) uygulanarak voltaj dalga hareketleri incelenmiştir.

Denklem (1.1) ve Denklem (1.2)'lerde yeni çözümler önerileri getirilerek bu denklemlere uygun parametreler tanımlanarak yeni çözümler fonksiyonları elde edilmiştir. Bu çözümlere karşılık gelen voltaj dalga hareket grafiklerinin iki boyutlu, üç boyutlu ve contour grafikleri çizildi. Bu hesaplarda görüldüğü üzere bir iletim hattından geçen gerilimin iki boyutlu, üç boyutlu dalga hareketleri ile maksimum-minimum tepe noktaları çizilmiştir. Bu yöntem ile iletimin sağlıklı bir şekilde sağlanması, şebekeye bağlı bazı araçların verimli ve güvenli olarak kullanılması oluşabilecek durum senaryoları önceden öngörmemize yardımcı yardımcı olması beklenmektedir.

Ayrıca, Denklem (1.1) Houwe ve arkadaşları tarafından  $\Theta = a_0 + a_1F + a_2F^2$  alınarak farklı çözümler elde edilmiştir. Bu çalışmada BSEFM ile gelen  $2M = n + 2$  denge çözümleri uygulayarak farklı yeni çözümler elde etmiş olduk. Bizden önce sadece  $M = 2, n = 2$  değeri için Houwe ve arkadaşlarının elde ettikleri sonuçlara ek olarak biz  $M$  ve  $n$ 'nin daha yüksek değerlerine karşılık gelen çözümler elde ettik. Bu çalışmanın farklılığı buradan gelmektedir. Bu çözümlerden,  $u_1$  çözümü üstel bir çözüm ile  $u_2$  ise hiperbolik fonksiyon içermektedir. Bu çözümler, yer çekim potansiyelinin voltaj hareketine nasıl etki ettiğini ifade etmektedir.  $u_3$  ve  $u_4$  çözümleri ise kompleks periyodik voltaj hareketleri hakkında detaylı bilgiler vermektedir. Denklem (1.1) için eğer  $M$  ve  $n$ 'nin  $M = 4$  ve  $n = 6$  değeri göz önüne alınırsa;  $U = a_0 + a_1F + a_2F^2 + a_3F^3 + a_4F^4 + a_5F^5 + a_6F^6$  şeklinde bir diğer yeni çözüm denklemleri yazılabilir.

Bu çalışmanın ikinci aşamasında Denklem (1.2) için Kumar  $\frac{G'}{G}$  açılımı metodunu kullanarak bazı trigonometrik ve hiperbolik çözümleri literatüre sunmuştur (Kumar, 2022). Bu çalışmada BSEFM'u kullanılarak  $M = 4$  ve  $n = 3$  için üstel fonksiyon

çözümleri elde edilmiştir. İlaveten üç boyutlu, contour ve iki boyutlu voltaj hareketleri incelenmiştir. Eğer  $M = 4$  ve  $n = 6$  için;  $V = a_0 + a_1F + a_2F^2 + a_3F^3 + a_4F^4 + a_5F^5 + a_6F^6$  şeklinde bir diğer deneme çözüm denklemleri yazılabilir.

Bu çözüm metodu dikkate alınan modeller için daha farklı çözümlere ulaşabileceğini göstermektedir. Dolayısıyla BSEFM bu alanda ortaya çıkan yeni modellere uygulanabilir ve geliştirilmeye açık bir metottur.



## KAYNAKLAR

- ALEXIADES, V. and SOLOMON, A.D., 1993. *Mathematical Modeling of Melting and Freezing Processes*, (1st ed.). Routledge.
- ALEXANDER, C.K. and SADIKU M.N.O., 2017. *Elektrik Devrelerinin Temelleri*. Palme Yayıncılık, Ankara.
- BAKI, A., 2017. *Çözümlü Diferansiyel Denklemler*. Pegem Akademi, Ankara.
- BASKONUS, H.M., BULUT, H. and EMIR, D.G., 2015. Regarding New Complex Analytical Solutions for the Nonlinear Partial Vakhnenko-Parkes Differential Equation via Bernoulli Sub-Equation Function Method. *Mathematics Letters*, 1(1): 1-9.
- BASKONUS, H.M. and GÓMEZ-AGUILAR, J.F., 2019. New Singular Soliton Solutions to the Longitudinal Wave Equation in a Magneto Electro-elastic Circular Rod with Local M-derivative. *Modern Physics Letters B*, 33(21): 1950251-(1-16).
- BASKONUS, H.M., GUIRAO, J.G.L., KUMAR, A., CAUSANILLES, F.S.V and BERMUDEZ, G.R., 2021. Regarding New Traveling Wave Solutions for the Mathematical Model Arising in Telecommunications . *Advances in Mathematical Physics*, Article ID 5554280 , 11 pages.
- BOZKURT, Y., GULLUOGLU, M.T. ve BASKONUS, H.M. 2021. On the Josephson Nonlinear Left-handed Transmission Line. *International Conference on Computational Mathematics and Engineering Sciences-(CMES-2021)*, 8-10 Haziran, Van, Turkey.
- BOZKURT, Y., GULLUOGLU, M.T. ve BASKONUS, H.M. 2022. Some Results For A Nonlinear Transmission Line Arising in The Electronic Circuit. *International Conference on Computational Mathematics and Engineering Sciences-(CMES-2022)*, 20-22 Mayıs, Ordu, Turkey.
- BULUT, H., DEMIRDAG, B. and BASKONUS, H.M., 2017. Regarding on the Novel Forms of the (3+1)-Dimensional Kadomstev-Petviashvili Equation. *ITM Web of Conferences*, 13(01018): 1-6.
- CAKIL, T., CARLAK, H.F. and OZEN, Ş., 2015. *Modeling of Power Network System*



- of the High Voltage Substation: a simulation study . *Modern Physics Letters B*, 33(21): 1950251-(1-16).
- CAVLAK, E., 2013. Kesirli Kuvvetlere Sahip Kısmi Diferansiyel Denklemlerin Homotopi Analiz Yöntemi ile Sayısal Çözümlerinin İrdelenmesi. Fırat Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi, Elazığ, 168s.
- CHERRUAULT, Y., 1988. Convergence of Adomian's method. *Kybernetes*, 18(2): 31-38.
- DAS, R., THIRUGNANAM, K., KUMAR, P., LAVUDIYA, R. and SINGH, M., 2014 Mathematical Modeling for Economic Evaluation of Electric Vehicle to Smart Grid Interaction, in *IEEE Transactions on Smart Grid. Applied Mathematics and Computation*, 5(2): 712-721.
- GAO, W., PARTOHAGHIGHI, M., BASKONUS, H.M. and GHAVI, S., 2019. Regarding the Group preserving scheme and method of line to the Numerical Simulations of Klein-Gordon Model. *Results in Physics*, 15(102555): 1-7. *ACM Trans. Math. Softw.*, 40(1):19 pages. Article 8.
- GAO, W., GHANBARI, B., GUNERHAN, H. and BASKONUS, H.M., 2020. Some Mixed Trigonometric Complex Soliton Solutions to the Perturbed Nonlinear Schrödinger equation. *Modern Physics Letters B*, 34(3): 2050034(18 pages).
- GAO, W., YEL, G., BASKONUS, H.M. and CATTANI, C., 2020. Complex Solitons in the Conformable (2+1)-dimensional Ablowitz-Kaup-Newell-Segur Equation. *Aims Mathematics*, 5(1): 507–521.
- GONEN, T. and FOOTE, B.L., 1982. Mathematical Dynamic Optimization Model for Electrical Distribution System Planning, *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*.4(2): 129-136.
- HOUWE, A., KLOFAI, Y., MALWE, B.H. and DOKA, S.Y., 2017. Exact Travelling Envelope Solitons and Kink-soliton Solutions for the Josephson Nonlinear Left-handed Transmission Line. *Applied Mathematics and Physics*, 5(3): 77-84.
- KARALIS, A., JOANNOPOULOS, J.D. and SOLJAČIĆ, M., 2008. Efficient Wireless Non-Radiative Mid-Range Energy Transfer. *Annals of physics*, 323(1), 34-48.
- KUMAR, D., SEADAWY, A.R. and CHOWDHURY, R., 2018. On New Complex Soliton Structures of the Nonlinear Partial Differential Equation Describing the Pulse Narrowing Nonlinear Transmission Lines . *Opt Quant Electron* 50,

108 (2018).

- KUMAR, S., 2022. Optimal System, Dynamical Behaviors and Exact Solution of a Nonlinear Transmission Line Model by Applying the Lie Symmetry Method. SN-0974-9845
- KUÇUK, S., 2018. Enerji Dağıtım Çözümlü Problemler. Papatya Yayıncılık Eğitim, İstanbul.
- LI, Y. and YU, Y.H., 2012. A Synthesis of Numerical Methods for Modeling Wave Energy Converter-Point Absorbers . Renewable and Sustainable Energy Reviews, 16(6), 4352-4364.
- LUA, F.L. and YE, H., 2007. Small Signal Analysis of Energy Factor and Mathematical Modeling for Power DC-DC Converters , IEEE Transactions on Power Electronics. 22(1): 69-79.
- MARI, M.A., MEMON, Z.A., SHAIKH, P.H., MIRJAT, N.H. and SOOMRO, M.I. , 2021. A Review Study on Mathematical Modeling of Solar Parabolic Dish-Stirling System Used for Electricity Generation . International Journal of Energy Research, 45(13), 18355-18391.
- McCLURE, G. and LAPOINTE, M., 2003. Modeling the Structural Dynamic Response of Overhead Transmission Lines. Computers and Structures 81(2003):825–834.
- OZIL, E., SISBOT, S., OZPINAR, A. ve OLGUN, B., 2012. Elektrik Enerjisi Teknolojileri ve Enerji Verimliliği. TESAB, İstanbul. 261-263
- OZER, O., BASKONUS, H.M., BULUT, H., AMIRALI, I. and YEL, G., 2021. A new Survey to the Nonlinear Electrical Transmission Line Model. International Journal of Cognitive Computing in Engineering, 2(2021):208-214.
- OZGENENEL, O., 1992. Enerji İletim Hatlarının Modellenmesi ve Mesleki Eğitime Katkısı. (Order No. 28514561, Marmara Üniversitesi (Turkey)).
- PRIYANKA, K. and NAGARAJAN, R., 2016. "Extending the lifetime of clustered industrial automation network," 2016 International Conference on Advanced Communication Control and Computing Technologies (ICACCCT). 353-357.
- RUSSELL, J.S., 1844. Report on Waves. 14th meeting of the British Association for the Advancement of Science, London: BAAS.
- SAMARSKII, A.A. and MIKHAILOV, A.P., 2001. Principles of Mathematical Modelling: Ideas, Methods, Examples (1st ed.). CRC Press.

- SAYGILI, M. and TEZCAN, S.S., 2019. Protection Modelling and Analysis of Energy Transmission Lines and Implementation for Ankara Region. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi Part C Tasarım ve Teknoloji 7(2):303-316.
- SELEK, H.S., 2019. Meslek Yüksek Okulları ve Fakülteler için Doğru Akım (DC) Devre Analizi. Seçkin Akademik ve Mesleki Yayınlar, Ankara.
- SENEL, M., SENEL, B., BILIR, L. and ZEYTİN, V., 2013. The Relation Between Electricity Demand and the Economic and Demographic State: A Multiple Regression Analysis. The Journal of Energy and Development, 38(2), 257-274.
- THEO, W.L., LIM, J.S., HO, W.S., HASHIM, H. and LEE, C.T., 2017. Review of distributed generation (DG) system planning and optimisation techniques: Comparison of numerical and mathematical modelling methods, Renewable and Sustainable Energy Reviews. 67: 531-573.
- VINAY, T., GAYATRI, A. and VINOD, K.S., 2009. Critical Analysis of Methods for Mathematical Modelling of Wind Turbines, Renewable Energy. 36(11): 3166-3177.
- YASAR, B.I., 2005. Diferansiyel Denklemler ve Uygulamaları. Siyasal Kitabevi, Ankara.
- YASAR, B.I., 2009. Diferansiyel Denklemler ve Uygulamaları. Siyasal Kitabevi, Ankara.
- QI, F.H., HUANG, Y.H. and WANG, P., 2020. Solitary-Wave and New Exact Solutions for an Extended (3+1)-Dimensional Jimbo–Miwa-Like Equation. Applied Mathematics Letters, 100(106004): 1-6.
- YEL, G., SULAIMAN, T.A. and BASKONUS, H.M., 2020. On the Complex Solutions to the (3+1) Dimensional Conformable Fractional Modified Kdv-Zakharov-Kuznetsov Equation. Modern Physics Letters B, 34(5): 2050069 (17 pages)
- ZHENG, B., 2012. Application of a Generalized Bernoulli Sub-ODE Method for Findings Traveling Solutions of Some Nonlinear Equations. WSEAS Transactions on Mathematics, 7(11): 618-626.
- WAZWAZ, A.M., 2002. Partial Differential Equations: Methods and Applications. Balkema, Rotterdam.
- WAZWAZ, A.M., 2006. Solitary Wave Solutions for Modified Forms of Degasperis–Procesi and Camassa–Holm Equations. Physics Letters A, 352(6): 500-504.

WAZWAZ, A. M., 2014. Kink Solutions for Three New Fifth Order Nonlinear Equations. Applied Mathematical Modelling, 38(1): 110-118.

