

**T.C.
HARRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ÇATLAK İÇEREN VE EKSENEL YÜK TAŞIYAN KİRİŞLERDE TİTREŞİM
PROBLEMİNİN NÜMERİK ANALİZİ**

Osman SALTİK

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ŞANLIURFA
2008**

**T.C.
HARRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ÇATLAK İÇEREN VE EKSENEL YÜK TAŞIYAN KİRİŞLERDE TİTREŞİM
PROBLEMİNİN NÜMERİK ANALİZİ**

Osman SALTİK

MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ŞANLIURFA
2008**

Doç. Dr. Murat KISA danışmanlığında, Osman SALTİK' ın hazırladığı “Çatlak İçeren ve Eksenel Yük Taşıyan Kirişlerde Titreşim Probleminin Nümerik Analizi” konulu bu çalışma 06/06/2008 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Makine Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Danışman : Doç. Dr. Murat KISA

Üye : Prof. Dr. Cengiz DOĞAN

Üye : Doç. Dr. M. Arif GÜREL

Bu tezin Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yapıldığını ve Enstitümüz Kurallarına Göre Düzenlendiğini Onaylarım.

Prof. Dr. İbrahim BOLAT
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı fikir ve sanat eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖZ	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÇİZELGELER DİZİNİ	iv
ŞEKİLLER DİZİNİ	v
SİMGELER DİZİNİ	vii
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	3
3. MATERYAL ve YÖNTEM	7
3.1. Stabilité Problemi ve Stabilité Denge Konumu	7
3.2. Burkulma Problemi ve Burkulma Probleminin Analitik Çözümü	7
3.2.1. Euler burkulma formülleri	10
3.2.2. Narinlik oranı	11
3.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi	12
3.4. Titreşim ve Stabilité Probleminin Sonlu Elemanlar Metoduyla Modellenmesi	12
3.4.1. Çubuk eleman için rijitlik matrisinin oluşturulması	13
3.4.2. Çubuk eleman için kütle matrisinin oluşturulması	15
3.4.3. Kiriş eleman için rijitlik matrisinin oluşturulması	16
3.4.4. Kiriş eleman için kütle matrisinin oluşturulması	20
3.4.5. Düzlem çerçeve eleman için rijitlik ve kütle matrislerinin oluşturulması	21
3.5. Burkulma Analizi	22
3.6. Titreşim Metodu	24
3.6.1. Serbest titreşim analizi	24
3.6.2. Çatlaklı bir kirişin titreşim analizi	26
3.6.3. Çatlaktan dolayı meydana gelen direngenliğin bulunması	27
3.6.4. Gerilme yığılma faktörü	27
3.6.5. Gerilme yığılma faktörünün analitik ifadesi	29
3.6.6. Gerilme yığılma faktörü ve şekil değiştirme enerjisi salıverim oranı arasındaki ilişki	31
3.6.7. Dikdörtgen kesitli bir kiriş için esneklik katsayılarının bulunması	31
3.6.8. Esneklik ve rijitlik matrislerinin oluşturulması	32
3.6.9. Çatlaklı kiriş için serbest titreşim analizi	33
3.6.10. Eksenel yüklü ve çatlaklı kirişin serbest titreşim analizi	34
4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA	36
4.1. Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Serbest Kiriş	36
4.1.1. Burkulma yükü probleminin analitik çözümü	37
4.1.2. Burkulma yükü probleminin sonlu elemanlar metoduyla çözümü	37
4.1.3. Burkulma yükü probleminin hazırlanan program ile çözümü	40
4.1.4. Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü	41
4.1.5. Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü	41
4.1.6. Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü	42
4.1.7. Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin program ile çözümü	42
4.1.8. Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü	44
4.1.9. Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim probleminin programla çözümü	44
4.1.10. Önerilen metodun ve kullanılan programın güvenilirliğinin ispatı	45
4.1.11. Sisteme ait doğal vektörlerin karşılaştırılması	46
4.1.12. Bulgular	50
4.2. Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Mafsallı Kiriş	51
4.2.1. Burkulma probleminin analitik çözümü	52

4.2.2. Burkulma yükü probleminin hazırlanan program ile çözümü	52
4.2.3. Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü	53
4.2.4. Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü	54
4.2.5. Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim probleminin programla çözümü	55
4.2.6. Sisteme ait doğal vektörlerin karşılaştırılması	56
4.2.7. Bulgular	59
4.3. Her İki Ucu Mafsallı Kiriş	61
4.3.1. Burkulma probleminin analitik çözümü	62
4.3.2. Burkulma yükü probleminin hazırlanan program ile çözümü	62
4.3.3. Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü	63
4.3.4. Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü	63
4.3.5. Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim probleminin programla çözümü	65
4.3.6. Sisteme ait doğal vektörlerin karşılaştırılması	66
4.3.7. Bulgular	69
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	71
5.1. Sonuçlar	71
5.2. Öneriler	72
KAYNAKLAR	73
ÖZGEÇMİŞ	78
ÖZET	79
SUMMARY	80

ÖZ

Yüksek Lisans Tezi

**ÇATLAK İÇEREN VE EKSENEL YÜK TAŞIYAN KİRİŞLERDE TİTREŞİM
PROBLEMİNİN NÜMERİK ANALİZİ**

Osman SALTİK

**Harran Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Mühendisliği Anabilim dalı**

**Danışman : Doç. Dr. Murat KISA
Yıl: 2008 , Sayfa: 80**

Bu çalışmada eksenel yük etkisi altında, ilerlemeyen çatlak içeren dikdörtgen ve kare kesitli kirişlerin titreşim davranışları araştırılmıştır. Kirişlerin burkulma yükü ve doğal frekanslarının hesaplanması için sonlu elemanlar metodu kullanılarak bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Yapılardaki çatlaklar çeşitli şekillerde modellenmektedir. Bu çalışmada kullanılan model ise kütsüz burulma yayı modelidir. Yayın rijitliği, kırılma mekaniği teorileri kullanılarak hesaplanan gerilme yığılma faktörü ve şekil değiştirme enerjisi salıverinin oranlarına ait esneklik matrisinin tersi alınarak türetilmiştir. Çalışmada çeşitli örnekler analiz edilmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar ile literatür sonuçları karşılaştırılmıştır. Her iki sonucun iyi uyum sağladığı görülmüştür. Bu da önerilen metodun güvenilir ve etkili olduğunu göstermiştir.

ANAHTAR KELİMELER: Eksenel yük, yapıda titreşim, çatlaklı kiriş, sayısal analiz

ABSTRACT

Master Thesis

NUMERICAL ANALYSIS OF VIBRATION OF CRACKED BEAMS SUBJECTED TO AXIAL LOAD

Osman SALTİK

**Harran University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mechanical Engineering**

**Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Murat KISA
Year: 2008, Page: 80**

This study investigates the vibration analysis of single nonpropagating edge cracked beams subjected to axial loading. A computer program based on the finite element method is prepared to determine the buckling loads and natural frequencies of the beams. There are various modelling types of the damage. For uniform beams, a physical model of a massless rotational spring is used to represent the local flexibility introduced by the crack in this study. The stiffness of the spring is derived from the linear elastic fracture mechanics theory as the inverse of the compliance matrix calculated using stress intensity factors and strain energy release rate expressions. Various examples have been analyzed. The results of current study and those in the literature are compared and good agreements have been found. It is shown that proposed method is reliable and effective.

KEY WORDS: Axial load, vibration in the construction, cracked beams, numerical analysis

TEŞEKKÜR

Bu tez alıŐmasını hazırlanmasında benden yardımlarını esirgemeyen danışmanım Doç. Dr. Murat KISA'ya, Araştırma Görevlisi Mustafa ÖZEN'e ve bu aŐamaya gelmemde desteklerini esirgemeyen değerli dostlarıma teŐekkürlerimi sunarım.

ÇİZELGELER DİZİNİ

	Sayfa No
Çizelge 4.1. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest, çatlak içeren kirişe ait süreklilik tablo.....	38
Çizelge 4.2. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest, çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan doğal frekans değerleri	41
Çizelge 4.3. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest, çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal frekans değerleri	41
Çizelge 4.4. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal vektör değerleri	42
Çizelge 4.5. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan doğal frekans değerleri	42
Çizelge 4.6. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan doğal frekans değerleri	44
Çizelge 4.7. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı, çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal frekans değerleri	53
Çizelge 4.8. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı, çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal vektör değerleri	53
Çizelge 4.9. Her iki ucu mafsallı, çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal frekans değerleri	63
Çizelge 4.10. Her iki ucu mafsallı, çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal vektör değerleri...	63

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 3.1. Burkulma problemine ait bilinmeyenler	8
Şekil 3.2. Değişik sınır şartlarına sahip çubuklar için Pkr değerleri	10
Şekil 3.3. Kütle yay sistemi	25
Şekil 3.4. Temel deformasyon modları	28
Şekil 3.5. Polar koordinat sisteminde çatlak ucundaki gerilmeler	29
Şekil 3.6. Dikdörtgen kesitli, çatlak içeren konsol kiriş ve yükleme durumu	30
Şekil 4.1. Tek çatlak içeren ve eksenel yük altında olan bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş	36
Şekil 4.2. Eksenel yük altında tek çatlak içeren bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişin Sonlu elemanlar modeli	37
Şekil 4.3. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlak derinliği ve çatlak konumuna bağlı olarak birinci kritik burkulma yükünün Euler burkulma yüküne göre değişimi	40
Şekil 4.4. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda birinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi...	43
Şekil 4.5. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda ikinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi ...	43
Şekil 4.6. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda birinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi ..	45
Şekil 4.7. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda ikinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi ...	45
Şekil 4.8. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda birinci doğal frekans değerinin çatlak yeri ve yük durumuna bağlı değişiminin literatür karşılaştırması	46
Şekil 4.9. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi	47
Şekil 4.10. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi	47
Şekil 4.11. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi	48
Şekil 4.12. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi	48
Şekil 4.13. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi	49
Şekil 4.14. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi	49
Şekil 4.15. Tek çatlak içeren ve eksenel yük altında olan bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş	52
Şekil 4.16. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlak derinliği ve çatlak konumuna bağlı olarak birinci kritik burkulma yükünün Euler burkulma yüküne göre değişimi	53
Şekil 4.17. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda birinci Doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi..	54
Şekil 4.18. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda ikinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi...	55
Şekil 4.19. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda birinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi...	56
Şekil 4.20. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda ikinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi...	56

Şekil 4.21. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	57
Şekil 4.22. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	57
Şekil 4.23. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	58
Şekil 4.24. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	58
Şekil 4.25. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	59
Şekil 4.26. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	59
Şekil 4.27. Tek çatlak içeren ve eksenel yük altında olan her iki ucu mafsallı giriş	61
Şekil 4.28. Her iki ucu mafsallı giriş için çatlak derinliği ve çatlak konumuna bağlı olarak 1. Kritik burkulma yükünün Euler burkulma yüküne göre değişimi	62
Şekil 4.29. Her iki ucu mafsallı giriş için çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda birinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi	64
Şekil 4.30. Her iki ucu mafsallı giriş için çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda ikinci Doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi	64
Şekil 4.31. Her iki ucu mafsallı giriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda birinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi	65
Şekil 4.32. Her iki ucu mafsallı giriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda ikinci doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi	66
Şekil 4.33. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi ...	66
Şekil 4.34. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi ...	67
Şekil 4.35. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki birinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi ...	67
Şekil 4.36. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	68
Şekil 4.37. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	68
Şekil 4.38. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki ikinci doğal vektörlerin giriş boyuna göre değişimi	69

SİMGELER DİZİNİ

∂	Birim şekil değiştirme
$[G]_e$	Birim yük için geometrik rijitlik matrisi
P_{kr}	Burkulmaya neden olan kritik yük
L_b	Burkulma boyu
w_{cr}	Çatlaklı kirişin doğal frekansı
r	Çatlak derinliği
$[K]_{cr}$	Çatlaktan dolayı meydana gelen rijitlik matrisi
$[K]_{wcr}$	Çatlak içeren yapının rijitlik matrisi
w	Doğal frekans
q_i	Düğüm deplasmanları
$[B]$	Eleman şekil değiştirme yer değiştirme matrisi
$[M]_e$	Eleman kütle matrisi
I	Eylemsizlik momenti
i	Eylemsizlik yarıçapı
M	Eğilme momenti
R	Eğrilik yarıçapı
P	Eksenel kuvvet
E	Elastisite Modülü
σ	Gerilme
$[G]$	Global geometrik rijitlik matrisi
$[K]$	Global eleman rijitlik matrisi
K	Gerilme şiddeti faktörü
$\{x\}$	Hız vektörü
H_i	Hermite şekil fonksiyonları
C_i	İntegral sabitleri
λ	Kritik burkulma yükü
A	Kesit alanı
T	Kinetik enerji
V	Kesme kuvveti
L	Kiriş uzunluğu
L_c	Kirişte çatlak mesafesi
b	Kiriş kesitte en
h	Kiriş kesitte yükseklik
n_{kr}	Kritik narinlik miktarı
$[g]_e$	Lokal geometrik rijitlik matrisi
$[k]_e$	Lokal eleman rijitlik matrisi
N_i	Lineer şekil fonksiyonları
n	Narinlik oranı
ν	Poisson oranı
$[H]$	Şekil Fonksiyonları vektörü
J	Şekil değiştirme enerjisi salıverinim oranı
U_e	Şekil değiştirme enerjisi
ΣM	Toplam moment
F	Tekil kuvvet
ρ	Yoğunluk

1. GİRİŞ

Mühendislik yapılarında, yapılar çalışma süresi içerisinde yapıya zarar verebilecek çeşitli etkilere maruz kalır. Bu etkilerden birisi de çatlaktır. Çatlak yapının güvenlik ve yük taşıma kapasitesini olumsuz yönde etkiler. Yapı elemanında meydana gelen çatlak, yapının rijitliğinde değişime neden olduğundan sistemin dinamik özelliklerini değiştirir. Diğer bir ifadeyle, çatlak yapının titreşim analizindeki doğal frekans ve vektörlerinde değişimlere neden olur. Yapının rijitliğinin olumsuz yönde etkilenmesi stabilite özelliklerine de olumsuz yönde yansır. Bunun sonucu olarak ta, yapının kritik burkulma yükünün değişeceği anlamını taşır. Çatlaktan dolayı kritik burkulma yükünde meydana gelen azalmanın belirlenmesi özellikle inşaat, makine ve uzay mühendisliklerinde yapıların tasarım ve onarımında oldukça önemlidir. Bu çalışmada ilk önce çatlaksız ve değişik sınır şartlarına sahip kirişlere ait burkulma analizi yapılarak kritik yükler analitik ve nümerik olarak tespit edilmiştir. Daha sonra kritik yükten daha az büyüklükteki eksenel yüke maruz çatlaklı kirişlere ait titreşim problemi analitik ve nümerik olarak analiz edilmiştir. Nümerik analizlerde geliştirilen bir bilgisayar programından faydalanılmıştır.

Elde edilen sonuçlar literatürdeki çalışmalar ile karşılaştırılarak, önerilen metodun güvenli ve doğru sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

Metodun güvenilirliği ispatlandıktan sonra özellikle kusurlu yapıların dinamik karakteristikleri (doğal frekans ve vektörler) gözden geçirilmiş ve yapıda bir kusurun oluşup oluşmadığının önceden tespit edilebileceği gösterilmiştir. Yapılan analizler sonucunda;

- Değişik sınır şartlarına sahip çatlak içeren kirişlerin burkulma analizinde sonlu elemanlar metodunun basit ve etkili bir yöntem olduğu,

- Çatlağın kirişlerin burkulma yükleri üzerindeki etkilerinin çatlağın derinliği ve konumuna bağlı olduğu,
- Çatlak konumunun sınır şartlarına bağlı olarak değişik etkiler oluşturduğu,
- Çatlaklı halde burulma yayı ile temsil edilebilen kirişin esnekliğinin değiştiği, bunun sonucu olarak ta doğal frekanslarda azalma meydana geldiği,
- Titreşim biçimlerinin (modlarının) farklılaştığı,
- Çatlağın yeri ve derinliğinin doğal frekanslar üzerinde önemli etki yaptığı,
- Eksenel yükleme durumunda doğal frekanslarda azalma olduğu,
- Eksenel yükün kirişlerin titreşim modları üzerinde etkilerinin eksenel yükün miktarına bağlı olarak değiştiği gözlemlendi.

Bu çalışmanın sonucu olarak doğal frekans ve modlardaki değişimler esas alınarak çatlağın konumu ve büyüklüğünün tespit edilebilir olduğu anlaşılmıştır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Mühendislik uygulamalarında özellikle inşaat ve makine mühendisliği uygulamalarında aksenal yüke maruz narin yapıların kullanımı gün geçtikçe artmaktadır. Narin yapıların kullanılması ile çubuk elemanlarının titreşim ve burkulma problemlerinin çözümleri büyük önem kazanmıştır. Günümüzde makine mühendisliğinin en önemli konularından biri mekanik titreşimler konusudur. Sürekli sistemlerin, özellikle kiriş benzeri yapıların titreşimleriyle ilgili araştırma literatürde mevcuttur. Çatlaklı kirişlerle ilgili birçok araştırma yapılmış olup literatürde birçok makale bulunmaktadır. Çatlak etkilerinin çubukların dinamik davranışları üzerindeki etkilerinin incelenmesi, makine mühendisliği ve inşaat mühendisliği uygulamalarındaki çatlak etkilerinin önem kazanmasıyla son yıllarda artmıştır.

Makine parçalarındaki fark edilemeyen çatlaklar makinenin düzgün çalışmasını engeller ve makinelerin doğal frekanslarında düşüme neden olduğundan yapının düşük frekansta rezonansa gelmelerine neden olabilir. Çatlak içeren yapı elemanlarının dinamik karakteristiklerinin analizi, teknolojik gelişme içerisinde önemli bir problemdir. Makine parçalarının tasarlanmasında, titreşim etkileri gün geçtikçe önem kazanmaktadır. Titreşim etkileri hem hasar analizinde hem de tasarımda oldukça önemlidir. Bazı durumlarda titreşim, tasarımı etkileyen diğer tüm faktörlerden daha önemli olabilmektedir. Bu nedenle, günümüzde makine parçalarının, titreşim kontrolü yapılmadan tasarımı mümkün olmamaktadır.

Elastik bir yapının kritik yük kavramı ilk olarak Euler (1744) tarafından incelenmiştir. Euler değişik sınır şartlarına sahip kolonlardaki kritik yük değerlerini hesaplamıştır. Kusursuz yapıların burkulma ve titreşim problemi birçok araştırmaya konu olmuştur (Timoshenko ve Gere, 1961; Li, 2002; Li ve ark., 1995; Li ve ark., 1992; Fan ve ark., 2001).

Çatlak bütün yapının güvenlik ve performansını tehdit edebilir. Yapıdaki başlangıç çatlakları üretim işlemleri sırasında oluşabilir veya üretim sonrası kullanım esnasında aşırı gerilme, malzeme yorulması sebebiyle de oluşabilir. Çatlakların daha büyük hasara sebep olmasının önlenmesi için çatlağı erken tespit etme metotları birçok araştırmacının konusu olmuştur. Çatlak içeren yapıların burkulma ve titreşim problemi bazı araştırmacılar tarafından incelenmiştir (Özen ve ark., 2005; Kısa, 2004; Kısa ve Brandon, 1997; Kısa ve Brandon, 2000; Özen ve ark., 2006).

Liebowitz ve ark. (1967) eksenel bası yüküne maruz çatlaksız ve çatlaklı çubukları deneysel olarak incelemiştir. Yapılan çalışma, narinlik oranı 250'den küçük ve eksenel olarak bası yüküne maruz çubukların maksimum yük taşıma kapasitelerinin, yapılarda çatlak gibi hasarlar olduğu zaman aniden düştüğünü göstermiştir. Okamura ve ark. (1969), tek çatlak içeren narin bir çubuğun rijitlik düşüşünün yük taşıma kapasitesi ve kırılma yükü üzerindeki etkilerini araştırmak için, çatlak içeren kirişlerin rijitliği ve gerilme yığılma faktörü arasında bir bağıntı kullanmıştır. Çalışmaları, eksantrik bası yüküne maruz çubuklarda çatlağın, yapının yük taşıma kapasitesini düşürdüğünü ve yanal yer değiştirmeyi arttırdığını göstermektedir. Yanal yer değişimindeki bu artış çatlak kesitindeki eğilme momentini arttırmaktadır.

Chajes (1974), sabit ya da değişken kesitli çubuk, çerçeve ve sürekli kirişlerin stabilite problemini incelemiş, problemin yaklaşık çözümü, özellikle değişik matris yöntemlerini kullanarak araştırmıştır. Sonlu elemanlar yöntemini kullanarak yaptığı çözümlerde, literatürde toplam potansiyel enerji ifadesi olarak bilinen eşitliği kullanarak eleman ve sistem matrislerini elde etmiş, bu matrisleri kullanarak, değişik tipte sistemlere (sürekli kiriş, çerçeve vb.) ait kritik burkulma yükü ve burkulma mod şekillerini elde etmiştir.

1970'lerin ortalarında Chandros ve Dimarogonas (1979) çatlak içeren Euler Bernoulli kirişlere ait analitik ve deneysel sonuçları sunmuştur.

Silvia ve Gomez (1990), düz kirişlerde çatlak derinliği ve yerinin tahmini için

gelişmeler altında teoride teknikleri kirişlere uygulayarak deneysel dinamik analizlerini geniş bir şekilde gerçekleştirdi. Çatlak derinliği ile çatlak yerleri için elde edilen sonuçları verdiler.

Masoud ve ark. (1997) ön gerilmeli ankastre bir kirişde çatlak derinliğinin doğal frekansa etkisini incelediler. Çalışmalarında kirişin doğal frekanslarını modal analiz yöntemi ile buldular. Eksenel kuvvet ile çatlak derinliği arasındaki bağıntıyı incelediler ve ön gerilmeli bir sistemde eksenel kuvvet kadar çatlak derinliğinin de doğal frekans değişiminde etkili olduğunu gözlemlədiler.

Bir çatlağın yapının dinamik özelliklerine etkisi Kim ve Kim (2000) tarafından incelendi. Çatlağın yapıda titreşim mod şekillerinde değişiklik etkisi yaptığını tespit ettiler. Çalışmalarında çatlağı modellemek için kesme kuvveti ve eğilme momentini içeren şekil değiştirme ifadesini türettiler ve sonlu elemanlar metodunu kullandılar.

Mermertaş ve Erol (2001), ankastre-serbest ve çatlaklı bir kirişin üzerine kütle koyarak ve bu kütlelerin yerini değiştirerek bunun ilk üç doğal frekansa olan etkisini incelediler.

Karagülle ve ark. (2004) hareketli yük etkisindeki sistemlerin titreşim analizi üzerinde çalıştılar. Çalışmaların da hareketli tekil yük etkisi altında olan kirişi ele aldılar ve sonlu elemanlar yöntemi ile farklı sistemlerin dinamik davranışları bilgisayar destekli olarak incelediler.

Binici (2005) eksenel yüke maruz birden fazla çatlak içeren kirişlerin titreşim analizini yaptı. Çalışmasında çatlağı dönel kütsüz bir yay olarak modelledi. Eksenel yük ve çatlağın varlığının yapının doğal frekans değerlerinde önemli ölçüde düşüşe neden olduğunu tespit etti.

Yapıda çatlağın oluşması yapının zayıflamasına neden olur. İlk başta önemsiz gibi gözükən küçük bir çatlak zamanla yapıya daha büyük zarar verir. Orhan (2007) bir ankastre kirişin tek ve çift çatlaklı durumlarındaki titreşim analizini yaptı.

Çalışmasında çatlak yeri tespiti ve derinliğinin önemine değindi. Eviolave ve ark. (2007), dinamik rijitlik metodunu kullanarak çatlaklı ve eksenel yüklü üniform Timoshenko kirişin modal ve doğal frekans büyüklüklerinin değişimlerini araştırdılar.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

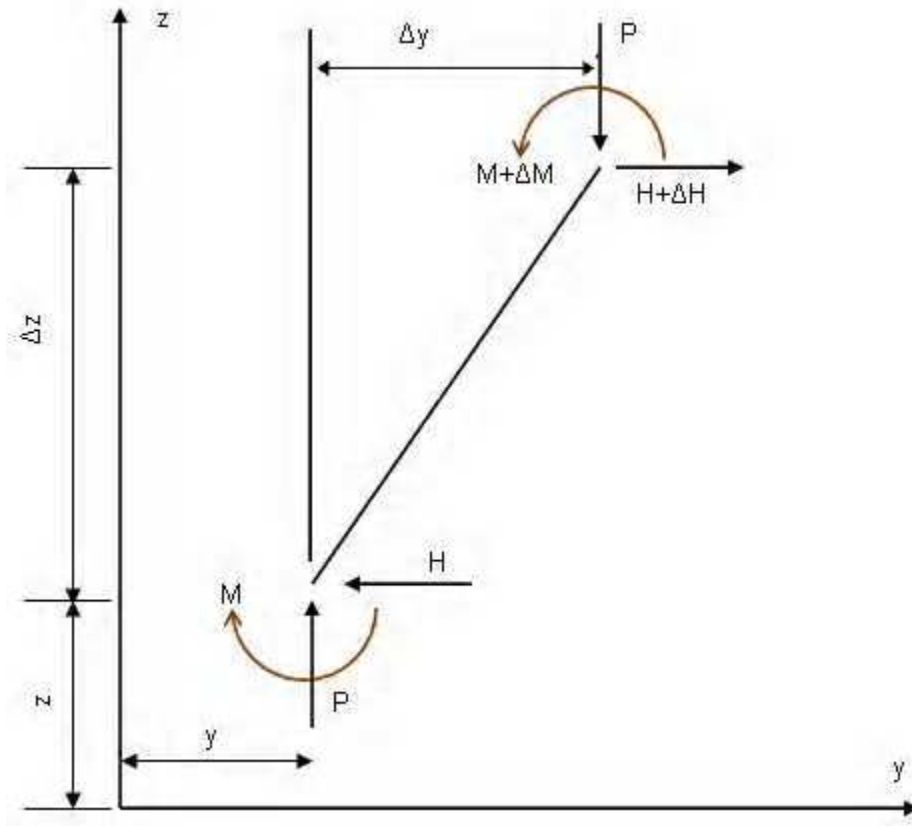
3.1. Stabilite Problemi ve Stabilitede Denge Konumu

Stabilite yapıların tasarımında mutlaka göz önüne alınması gereken önemli bir faktördür. Stabilite problemi, yapı elemanlarının gerilme deformasyon eğrisinde ani düşüişlere neden olmakta ve elemanın tam kapasite ile çalışmasına engel olmaktadır. Stabilite probleminin esası şekil değiştirmiş sistemin denge konumunun kararlı olup olmadığının tespit edilmesidir. Kararsız durumda olan sistem boyut ve yük bakımından düzeltilerek dengenin kararlı duruma getirilmesi sağlanmalıdır. Stabilitede denge konumunun kararlı olup olmadığına ve kararlılığı belirleyecek durumların tespitine, sayısal ve analitik çözüm yöntemler vasıtasıyla ulaşılabilir. Bu çalışmada analitik çözümlerden statik ve dinamik yöntem ile sayısal çözümlerden sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır.

3.2. Burkulma Problemi ve Burkulma Probleminin Analitik Çözümü

Yapıda ve makinede kullanılacak elemanların seçimi yapılırken dikkat edilmesi gereken üç husus vardır. Bunlar; elemanların mukavemet değerleri, rijitliği ve stabilitesidir. Kullanılacak olan malzeme veya eleman kullanım yerindeki şartlarına uygun olmaması durumunda maruz kalacağı dış etki veya yükler sebebiyle çeşitli hasarlara maruz kalır. Bu hasarlardan birisi de burkulmadır.

Burkulma problemi, bir sistemin elastik dengesizliğine sebep olan yüklerin hesaplanmasıyla ilgilidir. Gittikçe artan kuvvete maruz bir çubuk, eksenel kuvvetin kritik bir değerinde burkulur. Burkulmaya sebep olan bu kuvvet kritik burkulma yükü olarak adlandırılır. L uzunluğundaki dikdörtgen kesitli bir çubuğun asal eksenine doğrudan doğruya uygulanan kuvvet, kritik burkulma yüküne eşit olduğu an birinci özfrekans değeri sıfır olur. Ayrıca özfrekans değerleri eksenel kuvvetin artmasıyla azalır, çekme kuvveti ile artar. Bu durumda çubuk sıfır olmayan fakat statik olarak şekil değiştirmiş olur.



Şekil 3.1. Burkulma problemine ait bilinmeyenler

Şekil 3.1’de sabit bir eksenel P dış yükü etkisinde ve Δz boylu bir elemana ait bilinmeyenler görülmektedir. Elemanın her iki ucundaki kesme kuvveti H, eksenel dış yük P, moment ise M ile gösterilse ve kesme kuvvetinin çubuk boyunca değişmediği kabul edilsin. ($\Delta H=0$) Tüm bu bilgiler ışığında, bu elemanın üst ucundaki moment dengesi,

$$M + \Delta M = P\Delta y + H\Delta z + M \quad (3.1)$$

$$\Delta M = P\Delta y + H\Delta z \quad (3.2)$$

şeklinde yazılabilir. $\Delta z \rightarrow 0$ olarak limite geçilirse, iki kere türev alınırsa,

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = P \frac{d^2 y}{dz^2} \quad (3.3)$$

ifadesi elde edilir. Herhangi bir eğilme çubuğunun çökme-eğilme momenti ilişkisine ait diferansiyel ifade ise,

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = -\frac{M}{EI} \quad (3.4)$$

biçiminde verilir (Popov 1990). Böylelikle, burkulma analizinde kullanılacak iki diferansiyel denklem elde edilmiş olur. Bu iki ifadeden (3.3) “denge denklemi”, (3.4) ise “bünye bağıntısı” olarak isimlendirilir. Denge denklemi ile bünye bağıntısı arasındaki ilişkiyi kurmak için (3.3) ifadesinde M yerine (3.4)’deki değeri yerine konursa,

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + \frac{P}{EI} \frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \quad (3.5)$$

şeklinde burkulma diferansiyel denklemleri elde edilir. (P / EI) yerine k^2 yazılırsa, diferansiyel denklem,

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + k^2 \frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \quad (3.6)$$

halini alır. Bu denklem sabit katsayılı homojen diferansiyel denklemdir. Bu dördüncü mertebeden diferansiyel denklemin genel çözümü için gerekli dönüşümler yapıldıktan sonra, bu dönüşümler çözümü istenen diferansiyel denkleme uygulanınca aşağıdaki çözüm ifadesi diferansiyel denklem elde edilir.

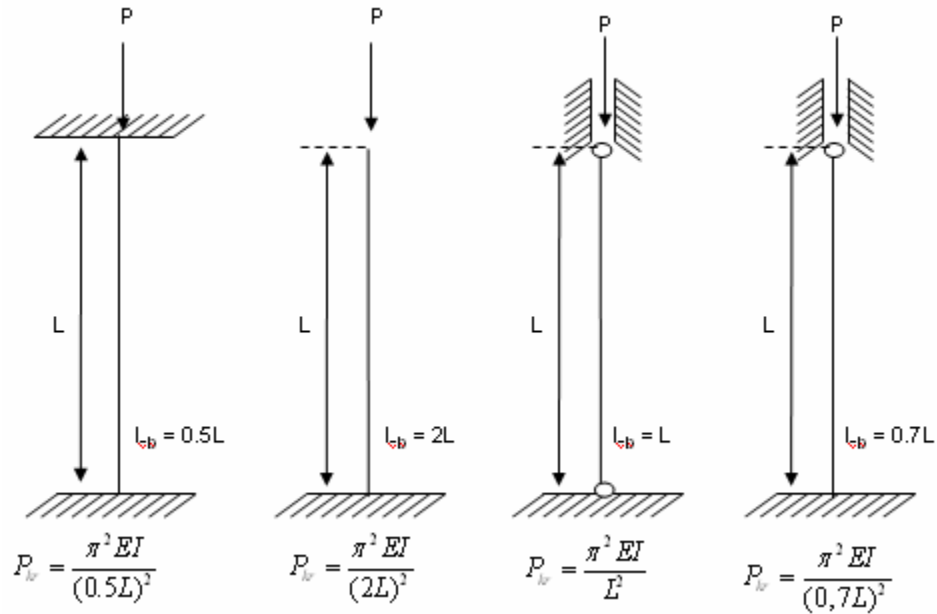
$$y = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 x + C_4 \quad (3.7)$$

Denklem (3.7)’deki C katsayıları integrasyon sabitleridir ve sınır şartları ile bulunur.

3.2.1. Euler burkulma formülleri

Kirişlerin davranışlarını tanımlamak için geliştirilmiş komplekslikleri ve geçerlilikleri değişik birçok kiriş teorisi vardır. Eksenel yüklemeye maruz ideal bir kiriş problemi ilk olarak Leonhard Euler (1744) tarafından çözüldü. Euler çözümüne göre, eğilmeden sonra düzlem kesit alanı yine düzlem ve kiriş eksenine dik kalır. Bu kabul Euler Bernoulli kiriş teorisi olarak bilinir. Eksenel basınç kuvvetinin şiddeti, kritik yük denilen bir limit değere vardığı zaman, uygulanma noktasının en ufak bir yer değiştirmesine veya eksenel yükün şiddetinin en ufak bir artışına karşın, kirişin çökmesi son derece hassas bir hale gelir ve kirişin eğilmesi, birden bire karakteristik yanal bir burkulma halini alır. Buradaki limit değer kritik burkulma yükü olarak adlandırılır.

Herhangi bir elemana uygulanan eksenel normal kuvvetin basınç şeklinde olduğu doğru eksenli çubuk hali göz önüne alınacak olursa; bu durumda mesnetleme şekline göre dört tip çubuk vardır. Şekil 3.2.'de sırası ile her iki ucu ankastre, bir ucu ankastre diğer ucu serbest, her iki ucu mafsallı ve bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı bağlı olan çubuk tipleri görülmektedir.



Şekil 3.2. Değişik sınır şartlarına sahip çubuklar için P_{kr} değerleri

Şekil 3.2. üzerinde görülen formüllere Euler formülleri denir. Formülde E malzemenin elastisite modülünü, I aksi belirtilmedikçe kesitin minimum eylemsizlik momentini gösterir. Çeşitli mesnetleme durumlarında çubuk boyu ile ilişkisi Şekil 3.2.'de verilen, L_b ile gösterilen ve adına burkulma boyu denilen bir büyüklüğün tanımı ile yukarıda verilen dört formül yerine aşağıdaki gibi tek bir Euler formülü kullanılır (Marzani ve Viola, 2003). Buna göre P kritik yükünü veren Euler formülü;

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{L_b^2} \quad (3.8)$$

olarak yazılabilir.

3.2.2. Narinlik oranı

Narinlik etkisi bir kirişin şekil değiştirme nedeniyle ortaya çıkan 2. mertebe momentinin, kirişin tasarımında veya çözümlenmesinde, göz önüne alınması gereken davranıştır. Malzemenin elastisite modülü ve orantı sınırına bağlı olan “ n_{kr} ” gibi bir kritik narinlik katsayısı belirlenir. Malzemenin A kesit alanı olmak üzere, minimum eylemsizlik yarıçapı $i = \sqrt{I/A}$ ile hesaplanır. Buradan çubuğun narinlik katsayısı;

$$n = \frac{L_b}{i} \quad (3.9)$$

ile hesaplanır. (3.9) nolu denklemde hesaplanan n narinlik katsayısı n_{kr} 'den büyük ise burkulma elastik bölgededir denir ve Euler formülleri geçerli olur. Bunun aksi durumunda ise burkulma elastik olmayan bölgede olur ve Euler formülleri kullanılamaz. Bu çalışmada sadece elastik burkulma ($n > n_{kr}$) durumu göz önüne alınarak problemler analiz edilmiştir.

3.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yöntemi, günümüzde karmaşık mühendislik problemlerinin hassas olarak çözülmesinde etkin olarak kullanılan sayısal bir yöntemdir. Sonlu elemanlar yönteminde temel düşünce, karmaşık bir probleme, problemi basite indirgeyerek bir çözüm bulmaktır. Esas problemin daha basit bir probleme indirgenmiş olması nedeni ile kesin sonuç yerine yaklaşık bir sonuç elde edilmekte, ancak bu sonucun çözüm için daha fazla çaba harcayarak iyileştirilmesi ve kesin sonuca çok yaklaşılması, hatta kesin sonuca ulaşılması mümkün olmaktadır. Elde bulunan geleneksel matematiksel araçların kesin sonucu, hatta yaklaşık bir sonucu bulmakta dahi yetersiz kalması durumunda ise sonlu elemanlar metodu kullanılabilir en iyi metot olmaktadır.

Liu (1997), sonlu elemanlar metodunda izlenecek yolu aşağıdaki gibi sıralamıştır.

- Cismin sonlu elemanlara bölünmesi,
- İnterpolasyon fonksiyonlarının seçimi,
- Eleman rijitlik matrisinin oluşturulması,
- Sistem direngenlik matrisinin hesaplanması,
- Sisteme etki eden kuvvetlerin bulunması,
- Sınır şartlarının belirlenmesi,
- Sistem denklemlerinin çözümü.

Sonlu elemanlar yönteminde sistem denklemlerinin çözümü için sistemin sınır şartları göz önüne alınarak direngenlik matrisinin tersini almak yeterlidir.

3.4. Titreşim ve Stabilité Probleminin Sonlu Elemanlar Metoduyla Modellenmesi

Titreşim ve stabilite problemlerini sonlu elemanlar metoduyla modelleyebilmek için, kullanılacak elemanın rijitlik matrisi, geometrik rijitlik matrisi ve kütle matrislerinin bilinmesi gerekir (Smith ve Griffiths, 1998; Topçu ve Taşgetiren, 1998).

3.4.1. Çubuk eleman için rijitlik matrisinin oluşturulması

Çubuk elemanda, eleman rijitlik matrisi doğal koordinat sisteminde bulunacak olup, ilk olarak elemanın orta noktasına göre herhangi bir noktasının yerini -1 ile +1 değerleri arasında bulmak için r ile gösterilen bir doğal koordinat sistemi tanımlanır.

$$r = \frac{2}{x_2 - x_1}(x_2 - x_1) - 1$$

$$\frac{dr}{dx} = \frac{2}{x_2 - x_1} \quad (3.10)$$

$$\frac{dr}{dx} = \frac{2}{x_2 - x_1}$$

bu koordinat sistemi yardımıyla doğrusal olan şekil fonksiyonları tanımlanır.

$$N_1 = \frac{1-r}{2}$$

$$N_2 = \frac{1+r}{2} \quad (3.11)$$

Şekil fonksiyonları tanımlandıktan sonra elemandaki yer değiştirmeler, düğüm deplasmanları q_1 ve q_2 ' ye bağlı olarak şu şekilde elde edilir:

$$u = N_1 q_1 + N_2 q_2 = \left(\frac{1-r}{2}\right) q_1 + \left(\frac{1+r}{2}\right) q_2 \quad (3.12)$$

$$\frac{du}{dr} = \frac{-q_1 + q_2}{2}$$

Şekil değiştirme ve yer değiştirme ilişkisi kullanılarak:

$$\varepsilon = \frac{du}{dx} \quad (3.13)$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı zincir kuralı $\left(\frac{du}{dx} = \frac{du}{dr} \frac{dr}{dx}\right)$ ve (3.10) nolu denklemde elde edilen veriler kullanılarak:

$$\varepsilon = \frac{-q_1 + q_2}{2} \frac{2}{(x_2 - x_1)} \quad (3.14)$$

bağıntısı elde edilir. Şekil değiştirme bağıntısı matris formülasyonu şeklinde yazılmak istenirse:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\} \quad (3.15)$$

olarak yazılabilir. Burada $[B]$ (1×2) , boyutlarında olup eleman için şekil değiştirme - yer değiştirme matrisi olarak adlandırılır ve

$$[B] = \frac{1}{x_2 - x_1} [-1 \quad 1] \quad (3.16)$$

şeklindedir. Elde edilen bütün bu bağıntılar Hooke yasası ile yeniden düzenlenince;

$$\begin{aligned} \{\sigma\} &= E\{\varepsilon\} \\ \{\sigma\} &= E[B]\{q\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

(3.17) denklemi elde edilir. Bu ifadeler çubuk eleman için şekil değiştirme enerjisi bağıntısında yerlerine konursa;

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{1}{2} \int \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} \\ U_e &= \frac{1}{2} \int \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} A dx \\ U_e &= \frac{1}{2} \int_L \{q\}^T [B] E [B]^T \{q\} A dx \end{aligned} \quad (3.18)$$

elde edilir. (3.10) denklemindeki x-r dönüşümü $\left(d_x = \frac{L}{2}d_r\right)$ ile, boyu (L) ve boyutsal değer $-L \leq 1 \leq L$ olmak üzere eleman şekil değiştirme enerjisi (Kasımzade, 2004):

$$U_e = \frac{1}{2}\{q\}^T \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \{q\} \quad (3.19)$$

olur. 'k' rijitliğine sahip bir yaydaki şekil değiştirme enerjisi

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}xkx \quad (3.20)$$

şeklinde verilebilir. Bu eşitlik ile (3.19) nolu denklem karşılaştırılırsa çubuk eleman bir yay olarak kabul edilebilir ve eleman rijitlik matrisi $[k]_e$;

$$[k]_e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

şeklinde elde edilir.

3.4.2. Çubuk eleman için kütle matrisinin oluşturulması

Titreşim analizinde kullanılacak olan kütle matrisi formülü, cismin kinetik enerjisi denkleminde şekil fonksiyonları ve düğüm deplasmanlarının düzenlenmesi ile yoğunluğun eleman içinde sabit kaldığı varsayımıyla:

$$[m]_e = \int \rho \cdot [N]^T [N] dV \quad (3.22)$$

şeklinde yayılmış kütle matrisi olarak verilir (Topçu ve Taşgetiren, 1998).

Çubuk eleman için kütle matrisi, yoğunluğun sabit olduğu kabulü ile (3.10) ve (3.11) denklemlerinin (3.22) nolu denklemde yeniden düzenlenmesi ile ;

$$[m]_e = \frac{AL\rho}{2} \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 & \left(\frac{1-r}{4}\right)^2 \\ \left(\frac{1-r}{4}\right)^2 & \left(\frac{1+r}{2}\right)^2 \end{bmatrix} dr = \frac{AL\rho}{2} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

$$[m]_e = \frac{AL\rho}{2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(3.23)'deki gibi bulunur. (3.23) denkleminde A kesit alanını, L eleman boyunu ve ρ yoğunluğu ifade eder.

3.4.3. Kiriş eleman için rijitlik matrisinin oluşturulması

Kiriş eleman için rijitlik matrislerinin oluşturulması için doğal koordinat sistemi aşağıdaki gibi lineer bir fonksiyonla ifade edilir (Souma 1999):

$$x = \frac{1-r}{2}x_1 + \frac{1+r}{2}x_2 = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{x_2 - x_1}{2}r \quad (3.24)$$

Kiriş eleman için kullanılan şekil fonksiyonları lineer özellik göstermezler. Çubuk elemandan farklı olarak düğüm değerlerinin ve düğümlerdeki eğilmelerin de hesaba katılması gerekir. Bu da Hermite şekil fonksiyonları ile mümkündür (Taşgetiren ve Topçu, 1998). Şekil fonksiyonları, düğüm noktalarında kiriş probleminin doğasından gelen eğim ve çökme şartlarını sağlayacak şekilde yazılınca aşağıdaki hali alır:

$$H_1 = \frac{1}{4}(2 - 3r + r^3)$$

$$H_2 = \frac{1}{4}(1 - r - r^2 + r^3)$$

$$H_3 = \frac{1}{4}(2 + 3r - r^3)$$

$$H_4 = \frac{1}{4}(-1 - r + r^2 + r^3) \quad (3.25)$$

Şekil fonksiyonları (3.25)'deki gibi yazıldıktan sonra bu fonksiyonlar yardımıyla elemandaki çökme:

$$v(r) = H_1 v_1 + H_2 \left(\frac{dv}{dr} \right)_1 + H_3 v_2 + H_4 \left(\frac{dv}{dr} \right)_2 \quad (3.26)$$

şeklinde yazılır. Bir elemanın boyu, $L = x_2 - x_1$ olduğundan,

$$dx = \frac{L}{2} dr \quad (3.27)$$

elde edilir. Zincir kuralı ve (3.27) denklemini kullanılarak çökme ifadesi düzenlenince;

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dr} &= \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dr} = \frac{L}{2} \frac{dv}{dx} \\ v(r) &= H_1 q_1 + \frac{L}{2} H_2 q_2 + H_3 q_3 + \frac{L}{2} H_4 q_4 \end{aligned} \quad (3.28)$$

bağıntısı elde edilir. Matris formunda ise;

$$\{v\} = [H] \{q\} \quad (3.29)$$

şeklinde yazılır. Şekil fonksiyonları vektörü:

$$[H] = \begin{bmatrix} H_1 & \frac{L}{2} H_2 & H_3 & \frac{L}{2} H_4 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

şeklindedir. Bu ifadeler kiriş eleman için şekil değiştirme enerjisi ifadesinde yerleştirilince;

$$U_e = \frac{1}{2} \int_L \left[EI \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 + P \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \right] dx \quad (3.31)$$

elde edilir. (3.28) denklemindeki bağıntı düzenlenince;

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dx} &= \frac{2}{L} \frac{dv}{dr} \\ \frac{d^2v}{dx^2} &= \frac{4}{L^2} \frac{d^2v}{dr^2}\end{aligned}\quad (3.32)$$

elde edilir. Bu bağıntılar (3.29) deki çökme ifadesi ile yeniden düzenlenince;

$$\begin{aligned}\left(\frac{dv}{dx}\right)^2 &= \{q\}^T \frac{4}{L^2} \left[\frac{dH}{dr}\right]^T \left[\frac{dH}{dr}\right] \{q\} \\ \left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)^2 &= \{q\}^T \frac{16}{L^4} \left[\frac{d^2H}{dr^2}\right]^T \left[\frac{d^2H}{dr^2}\right] \{q\}\end{aligned}\quad (3.33)$$

elde edilir. Bu denklemlerin çözümü için Hermite şekil fonksiyonlarının (3.25) bir ve ikinci türevlerinin hesaplanması gerekir;

$$\begin{aligned}\left[\frac{dH}{dr}\right] &= \left[\frac{1}{4}(-3+3r^2), \frac{L}{2} \frac{1}{4}(-1-2r+3r^2), -\frac{1}{4}(-3+3r^2), \frac{L}{2} \frac{1}{4}(-1+2r+3r^2)\right] \\ \left[\frac{d^2H}{dr^2}\right] &= \left[\frac{3}{2}r, \frac{L}{2} \frac{(-1+3r)}{2}, -\frac{3}{2}r, \frac{L}{2} \frac{(1+3r)}{2}\right]\end{aligned}\quad (3.34)$$

x – r dönüşümü ($dx = \frac{L}{2} dr$) ile, boyu (L) ve $-L \leq 1 \leq L$ olmak üzere eleman şekil değiştirme enerjisi yeniden aşağıdaki gibi yazılır:

$$\begin{aligned}U_e &= \frac{1}{2} \frac{L}{2} \{q\}^T \int_{-1}^1 \left(EI \frac{16}{L^4} \left[\frac{d^2H}{dr^2}\right]^T \left[\frac{d^2H}{dr^2}\right] + P \frac{4}{L^2} \left[\frac{dH}{dr}\right]^T \left[\frac{dH}{dr}\right] \right) dr \{q\} \\ U_e &= U_1 + U_2 \\ U_1 &= \frac{1}{2} \{q\}^T EI \frac{8}{L^3} \int_{-1}^1 \left(\left[\frac{d^2H}{dr^2}\right]^T \left[\frac{d^2H}{dr^2}\right] \right) dr \{q\} \\ U_2 &= \frac{1}{2} \{q\}^T P \frac{2}{L} \int_{-1}^1 \left(\left[\frac{dH}{dr}\right]^T \left[\frac{dH}{dr}\right] \right) dr \{q\}\end{aligned}\quad (3.35)$$

$[k]_e$ eleman rijitlik matrisi ve $[g]_e$ eleman için geometrik rijitlik matrisi olmak üzere

sırasıyla;

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{2} \{q\}^T [k]_e \{q\} \\ U_2 &= \frac{1}{2} \{q\}^T [g]_e \{q\} \end{aligned} \quad (3.36)$$

şeklinde yazılır. Eleman rijitlik matrisi;

$$[k]_e = EI \frac{8}{L^3} \int_{-1}^1 \left(\left[\frac{d^2 H}{dr^2} \right]^T \left[\frac{d^2 H}{dr^2} \right] \right) dr \quad (3.37)$$

şeklinde olur. Buradaki ifadeler yerlerine yerleştirilip gerekli integral ve sınır şartları uygulanınca (3.37) denklemi:

$$[k]_e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

halini alır. Böylece eleman rijitlik matrisi elde edilmiş olunur. Geometrik rijitlik matrisi ise:

$$[g]_e = P \frac{2}{L} \int_{-1}^1 \left[\frac{dH}{dr} \right]^T \left[\frac{dH}{dr} \right] dr \quad (3.39)$$

şeklinde olacaktır. Yine aynı şekilde denklemdeki ifadeler yerlerine yerleştirilip gerekli integral ve sınır şartları uygulanınca (3.39) denklemi

$$[g]_e = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & \frac{1}{10}L & -\frac{6}{5} & \frac{1}{10}L \\ \frac{1}{10}L & \frac{2}{15}L^2 & -\frac{1}{10}L & -\frac{1}{30}L^2 \\ -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10}L & \frac{6}{5} & -\frac{1}{10}L \\ \frac{1}{10}L & -\frac{1}{30}L^2 & -\frac{1}{10}L & \frac{2}{15}L^2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

halini alır. Böylece geometrik rijitlik matrisi elde edilmiş olur.

3.4.4. Kiriş eleman için kütle matrisinin oluşturulması

Kiriş elemanda kütle matrisi (3.22) nolu formül ve Hermite şekil fonksiyonları yardımıyla aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$[m]_e = \frac{AL\rho}{2} \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} H_1 \\ \frac{L}{2}H_2 \\ H_3 \\ \frac{L}{2}H_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 & \frac{L}{2}H_2 & H_3 & \frac{L}{2}H_4 \end{bmatrix} dr \quad (3.41)$$

Bu denklemde gerekli integral işlemleri yapıldıktan sonra kütle matrisi (3.42)'deki gibi elde edilir.

$$[m]_e = \frac{AL\rho}{2} \begin{bmatrix} \frac{26}{35} & \frac{11}{105}L & \frac{9}{35} & -\frac{13}{210}L \\ \frac{11}{105}L & \frac{2}{105}L^2 & \frac{13}{210}L & -\frac{1}{70}L^2 \\ -\frac{9}{35} & \frac{13}{210}L & \frac{26}{35} & -\frac{11}{105}L \\ -\frac{13}{210}L & -\frac{1}{70}L^2 & -\frac{11}{105}L & \frac{2}{105}L^2 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

3.4.5. Düzlem çerçeve eleman için rijitlik ve kütle matrislerinin oluşturulması

Düzlem çerçeveler kafes sistemlerinde görülen yapıdan farklı olarak uçlarından birbirine rijit olarak birleştirilmiş elemanlardan oluşur. Düzlem çerçevelerin kirişlerden olan farkı ise aksenal yük ve deplasmanlara da sahip olmalarıdır. Çubuk eleman ve kiriş elemandaki serbestlik derecelerinin birleşimi bize düzlem çerçeve elemanın serbestlik derecelerini verir. Bundan dolayı çubuk ve kiriş elemandan gelen iki rijitlik matrisi birleştirilir ve serbestlik derecesine göre düzenlenince sırasıyla düzlem çerçeve elemanın lokal eleman rijitlik matrisi ve geometrik rijitlik matrisi elde edilir. Bu matrisler

$$[k]_e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$[g]_e = \frac{P}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & \frac{2}{15}L^2 & 0 & -\frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{10} & 0 & -\frac{L}{10} & \frac{2}{15}L^2 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Şeklinde verilir. çubuk elemanın genel rijitlik matrisi, global eleman rijitlik matrisi

ve geometrik rijitlik matrisi ifadelerinin toplamına eşittir.

$$[k] = [k]_e + [g]_e \quad (3.45)$$

Global formülasyon ile gösterimi;

$$[K] = [K]_e + [G]_e \quad (3.46)$$

şeklinde olur. Düzlem çerçeve elemanında eleman matrislerinin yerel koordinatlarda kiriş ve çubuk elemanın rijitlik matrisinin toplanmasıyla elde edildiği gösterilmiştir.

Bu durumda yerel koordinatlardaki kütle matrisi (3.47)'deki gibi olur:

$$[m]_e = \frac{AL\rho}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{78}{35} & \frac{11}{35}L & 0 & \frac{27}{35} & -\frac{13}{70}L \\ 0 & \frac{11}{35}L & \frac{2}{35}L^2 & 0 & \frac{13}{70}L & -\frac{3}{70}L^2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{27}{35} & \frac{13}{70}L & 0 & \frac{78}{35} & -\frac{11}{35}L \\ 0 & -\frac{13}{70}L & -\frac{3}{70}L^2 & 0 & -\frac{11}{35}L & \frac{2}{70}L^2 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

3.5. Burkulma Analizi

Burkulma analizinde temel amaç burkulmaya neden olan kritik yükün bulunmasıdır. Kritik yüklemeye maruz pek çok elemanın deformasyon karakteristiklerinde değişiklik meydana gelir. Malzeme herhangi bir hasara yada mekanik özelliklerinde bir değişime neden olmayan bu olay burkulma olarak adlandırılır. Burkulma genel olarak deformasyon modunun kararsız hale geçiş sistemin başka bir kararlı durum aramasından kaynaklanır. Kritik yük bir eksenel yük olup problemin başında henüz bilinmeyen bir değerdedir. Bundan dolayı seçilen herhangi bir yük şiddeti kullanılarak sayısal olarak genel rijitlik matrisi oluşturulur.

Burkulmaya neden olacak yükün değeri, sistem için seçilen ilk kuvvet şiddetinin λ katı kadar olmalıdır. Bir eleman ya da yapı için, bu ifade aşağıdaki gibi yazılır:

$$\bar{P} = \lambda \bar{P}^* \quad (3.48)$$

Hesaplama yapmak için ilk önce geometrik rijitlik matrisi bulunur. Geometrik rijitlik matrisi kuvvetle orantılı olduğundan:

$$[G]_e = \lambda [G]_e^* \quad (3.49)$$

şeklinde yazılır. Burada ($\bar{P}^* = 1$) değeri için verilen $[G]_e^*$ geometrik rijitlik matrisidir. Elastik rijitlik matrisi $[K]_e$ sabit kalacağından:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= ([K]_e + \lambda [G]_e^*) \bar{u} \\ ([K]_e + \lambda [G]_e^*) \bar{u} - \lambda \bar{P}^* &= 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

bağıntısı yazılabilir. Bu denklemde yer değiştirmeler eşitliğin diğer tarafına alındığında, yer değiştirmelerin sıfıra gidebilmesi için:

$$|[K]_e + \lambda [G]_e^*| = 0 \quad (3.51)$$

olması gerekir (Saouma, 1999). Elde edilen (3.51) nolu denklem bir özdeğer problemdir. Bu denklemde λ 'nın en küçük değer alması durumunda, λ_{krit} yapı için burkulma kuvvet değerini verir. Bu durumda (3.64) denklemini yeniden düzenlenerek yazılacak olursa:

$$\bar{P}_{krit} = \lambda_{krit} \bar{P}^* \quad (3.52)$$

şeklinde elde edilir.

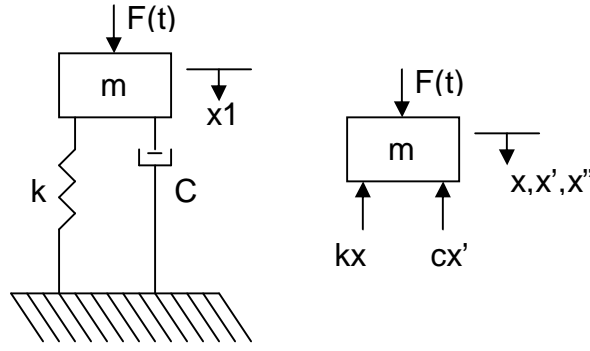
Bu çalışmamızda (3.51) denklemini Visual Fortran 6.1 ile hazırlanmış bir program ile çözülmüştür.

3.6. Titreşim Metodu

Burkulma analizinde, yüklerin uygulandığı sistemler statik durumdaydılar. Statik durumda olan bu sistemlere uygulanan yükler yavaşça uygulanır ve çarpma etkisi göstermezler. Bu sistemlerde yük aniden uygulanır veya zamanla değişen bir durum gösterirse kütle ve ivme kavramların göz önüne alınması zorunluluğu ortaya çıkar. Bir katı cisim elastik olarak denge halinden uzaklaştırılarak serbest bırakılırsa, yeniden denge haline dönünceye kadar bir titreşim hareketi yapar. Cisim içinde hapsedilmiş olan şekil değiştirme enerjisi nedeniyle meydana gelen ve periyodik olarak cereyan eden bu hareket serbest titreşim olarak adlandırılır (Topçu ve Taşgetiren, 1998). Birim zamanda meydana gelen salınım frekans olarak, salınım sırasında cismin yaptığı en büyük deplasman ise genlik olarak adlandırılır. Gerçek hayatta sönümleme etkisi gösteren birçok nedenle salınım zamanla yavaşlar ve yapının dinamik davranışı sönümsüz serbest titreşim durumunda incelenir. Bu bölümde mekanik sistemlerin sönümsüz serbest titreşimleri üzerinde durularak özdeğer problemlerin sonlu elemanlar metoduyla modellenmesi yapılmıştır.

3.6.1. Serbest titreşim analizi

Statik denge konumunda olan bir yapıya belirli bir yer değiştirme tatbik edilirse, bu yapı statik denge etrafında serbest titreşim hareketi yapar. Yapının titreşim karakteristikleri (Doğal frekans ve vektör) sahip olduğu kütle ve rijitliğe bağlıdır. Yapıların titreşim analizi önemli olup, rezonans frekansı hakkında bilgi vereceğinden dizayn aşamasında göz önünde bulundurulmalıdır. Şekil 3.3.'deki kütle yay sistemi ele alındığında:



Şekil 3.3. Kütle yay sistemi

Sistemin hareket denklemi:

$$\begin{aligned} \sum f &= mx'' \\ f(t) - cx' - kx &= mx'' \\ mx'' + cx' + kx &= f(t) \end{aligned} \quad (3.53)$$

olarak elde edilir. Burada k rijitliği, c sönüm katsayısını, m kütle, $f(t)$ ise uygulanan kuvveti gösterir. (3.53) eşitliği tek serbestlik dereceli bir sistem için hareket denklemi olup belirli sayıda serbestlik derecesi için bu denklem matris formatında:

$$[M]x'' + [C]x' + [K]x = f(t) \quad (3.54)$$

olur. Burada $[M]$ kütle matrisini, $[C]$ sönüm matrisini ve $[K]$ ise rijitlik matrisini gösterir. Serbest ve sönümsüz titreşim durumunda (3.54) eşitliği:

$$[M]x''(t) + [K]x = 0 \quad (3.55)$$

formunda elde edilir. (3.55) eşitliğinin genel çözümü

$$x(t) = X \sin \omega t \quad (3.56)$$

şeklinde kabul edilsin. (3.56) hareket denkleminin çözümü ise bu denklemi sağlamalıdır.

$$\begin{aligned}
x(t) &= X \sin wt \\
x'(t) &= Xw \cos wt \\
x''(t) &= -Xw^2 \sin wt
\end{aligned}
\tag{3.57}$$

(3.57)'deki ifadeler denklem (3.55)'de yerleştirilirse

$$[K]\{x\} = w^2 [M]\{x\} \tag{3.58}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlik bir özdeğer problemi olup, lineer cebirden bilindiği üzere sıfırdan farklı çözüm olabilmesi için:

$$|K - Mw^2|\{x\} = 0 \tag{3.59}$$

eşitliğindeki determinantın sıfır olması gerekmektedir. Buradaki w^2 'ler doğal frekansları bu frekanslara karşılık gelen özvektörler ise doğal vektörleri verecektir. Eşitlik (3.59)'u nümerik olarak çözebilecek birçok yöntem vardır. Bunlardan bazıları Jacobi ve Cholesky metotlarıdır. Bu çalışmada Jacobi yönteminden faydalanılmıştır.

3.6.2. Çatlaklı bir kirişin titreşim analizi

Yapı elemanlarının çoğunda tekrarlı yükler nedeniyle hasar ve kırılma meydana gelir. Yorulma nedeni ile oluşan yüzey çatlakları hızlı olarak ilerleyerek büyük hasarlara ve kırılmalara neden olabilir. Yüzey çatlaklı parçaların kırılma dayanımlarının ve çatlak ilerleme hızlarının belirlenmesi gereken problemlerin kesin çözümü yapılamadığından, yaklaşık çözüm metotları kullanılmaktadır. Yüzey çatlaklı ilerleme davranışlarının analizlerinin yapılabilmesi için gerilme yığılma faktörü ve çatlak ilerleme miktarlarının belirlenmesi gerekir. Son yıllarda titreşimle kontrol, çatlaklar gibi yapısal kusurları belirlemek için kullanılan hızlı ve etkili bir yöntem olmuştur (Dimarogonas, 1970). Prensipte çatlak yeri ve boyutu; doğal frekansların ve titreşim mod şekillerinin genliklerindeki değişimlerden bilgi edilecek bulunabilir (Pafelias, 1974).

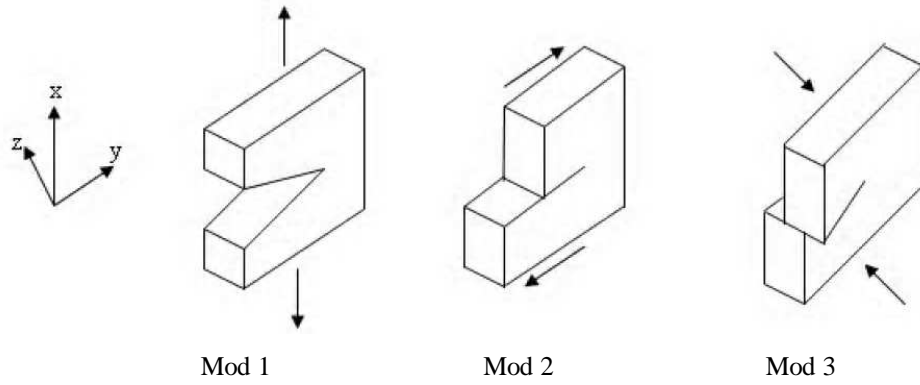
Yapı elemanlarında meydana gelen çatlaklar, buldukları bölgede rijitlik düşümlerine neden olduklarından bu elemanların statik ve dinamik karakteristiklerini (statik yer değiştirme, doğal frekanslar, titreşim genlikleri, vb.) değiştirirler. Bundan dolayı da titreşim analizlerini yapabilmek için, elemandaki çatlaktan dolayı meydana gelen rijitlik düşümü için gerekli bağıntı ve denklemlerin oluşturulması gerekir.

3.6.3. Çatlaktan dolayı meydana gelen direngenliğin bulunması

Ortam sıcaklığı, malzeme tokluğu, tasarımdan kaynaklanan çeşitli hatalar, kaynak, artık gerilmeler ve yorulma gibi birçok faktör makine elemanlarında ve yapılarda çatlaklara neden olabilir. Bununla beraber herhangi bir elemanda kırılmaya neden olarak üç temel faktör belirlenmiştir (Topçu ve Taşgetiren, 1998). Bunlar: malzeme tokluğu, çatlak büyüklüğü ve gerilme seviyesidir. Kırılma mekaniğinin temel prensibi, keskin bir çatlak ucundaki gerilme alanının K olarak tanımlanan bir parametreyle ifade edilmesine dayanmaktadır. K, gerilme yığılma faktörü olarak adlandırılır. Bu faktör, uygulanan gerilme ve çatlak boyutu arasında bir bağıntı kurulmasını sağlar. Buna göre çatlak içeren herhangi bir eleman veya deney numunesi aynen çatlaksız malzemelerin çeşitli gerilme seviyelerine kadar yüklenebilmeleri gibi çeşitli K değerine kadar yüklenebilirler. Böylece K değeri malzemenin bir özelliği olur.

3.6.4. Gerilme yığılma faktörü

Kusurlu yapılardaki çatlağın davranışı gerilme yığılma faktörü ile belirlenebilir. Elastik cisimlerdeki gerilme analizi için kırılma mekaniği çatlak tiplerini üçe ayırmıştır. Şekil 3.4.'de görüldüğü gibi bunlar; açılma modu (mod1), kayma modu (mod2) ve yırtılma modu (mod3) olarak tanımlanır.



Şekil 3.4. Temel deformasyon modları

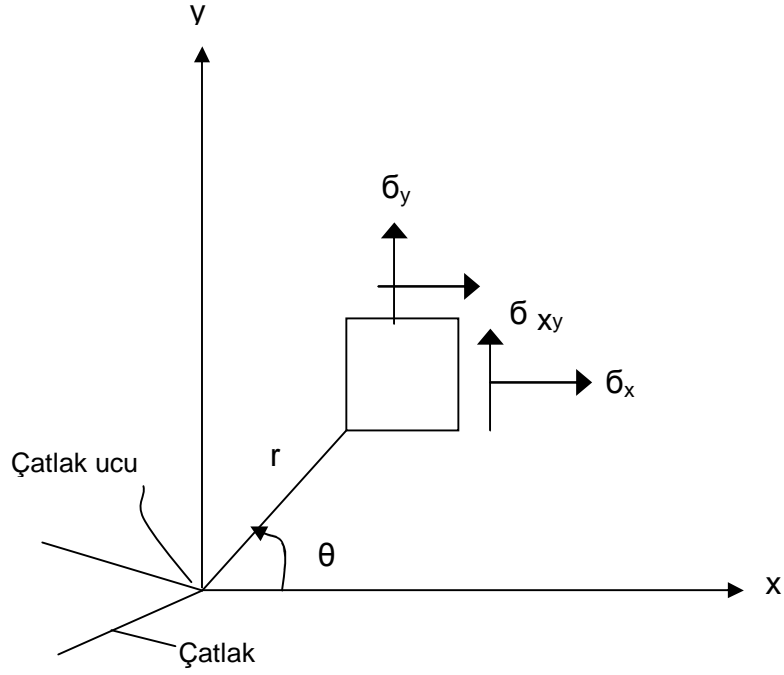
Bu deformasyon modlarının uygun süperpozisyonu ile bir çatlakın davranışı belirlenir. Dolayısıyla elemanın geometrisine ve dış yük durumuna bağlı olan gerilme yığılma faktörünün tespit edilmesi gereklidir. Her çatlak modu farklı bir gerilme alanına karşılık gelmektedir. Çatlak civarında meydana gelecek gerilme σ_{ij} (Şekil 3.5.), üç deformasyon modunun süperpozisyonu ile bulunabilir (Irwin, 1960). Buna göre herhangi bir çatlak civarında meydana gelecek gerilmeler, 1., 2.. ve 3. deformasyon modları için literatürde aşağıdaki gibi verilir (Irwin, 1960);

$$\begin{aligned}\sigma_{xx,i} \sqrt{r} &= K_i f_{x,i}(\theta) \\ \sigma_{xy,i} \sqrt{r} &= K_i f_{xy,i}(\theta) \\ \sigma_{yy,i} \sqrt{r} &= K_i y_{x,i}(\theta)\end{aligned}\quad (3.60)$$

burada f_x , f_{xy} ve f_y , θ açısının (Şekil 3.5) birer fonksiyonlarıdır. r çatlak ucundan olan mesafeyi, $i = 1, 2, 3$ deformasyon modlarını göstermektedir. K_i i modu için gerilme yığılma faktörüdür. Genel olarak K_i ;

$$\begin{Bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{Bmatrix} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}\quad (3.61)$$

olarak verilir.



Şekil 3.5. Polar koordinat sisteminde çatlak ucundaki gerilmeler

Çatlağın iki kenarındaki yer değiştirme düzensizliği gerilme yığılma faktörü ile orantılı olup aralarındaki ilişki aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}
 u_x(r, \pi) - u_x(r, -\pi) &= \frac{K_1}{G} (k+1) \sqrt{r/2\pi} \\
 u_y(r, \pi) - u_y(r, -\pi) &= \frac{K_2}{G} (k+1) \sqrt{r/2\pi} \\
 u_z(r, \pi) - u_z(r, -\pi) &= \frac{K_3}{G} (k+1) \sqrt{r/2\pi}
 \end{aligned} \tag{3.62}$$

(3.62) nolu denklemde “ ν ” Poisson oranı olup, “ k ” ifadesi düzlem şekil değiştirme için $k = 3 - 4\nu$ ve düzlem gerilme hali için $k = (3 - \nu) / (1 + \nu)$ değerlerini almaktadır.

3.6.5. Gerilme yığılma faktörünün analitik ifadesi

Lineer elastik kırılma mekaniğinde enerji salıverim oranlarının veya gerilme yığılma faktörlerinin bulunması gereklidir. Karmaşık olan sistemlerde gerilme yığılma faktörü nümerik modelleme metotları (örneğin sonlu elemanlar

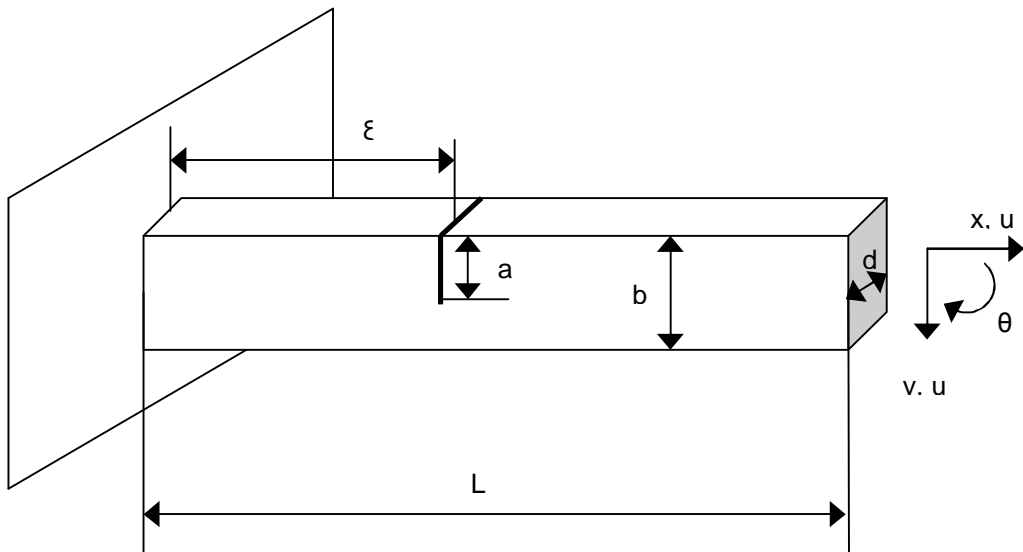
metodu) ile bulunabilir. Şekil 3.6'de boyutlarıyla birlikte verilen dikdörtgen kesitli bir kiriş için gerilme yığılma faktörü K_i aşağıdaki gibi verilir (Tada ve ark., 1982);

$$\begin{aligned} K_1(P_1) &= \frac{P_1}{bd} \sqrt{\pi a} F_1\left(\frac{a}{b}\right) \\ K_2(P_2) &= \frac{6P_2}{b^2 d} \sqrt{\pi a} F_2\left(\frac{a}{b}\right) \\ K_3(P_3) &= \frac{\kappa P_3}{bd} \sqrt{\pi a} F_3\left(\frac{a}{b}\right) \end{aligned} \quad (3.63)$$

burada

$$\begin{aligned} F_1\left(\frac{a}{b}\right) &= \sqrt{\frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi a}{2b}\right)} \frac{0.752 + 2.02\left(\frac{a}{b}\right) + 0.37\left(1 - \sin\frac{\pi a}{2b}\right)^3}{\cos\left(\frac{\pi a}{2b}\right)} \\ F_2\left(\frac{a}{b}\right) &= \sqrt{\frac{2b}{\pi a} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi a}{2b}\right)} \frac{0.923 + 0.199\left(1 - \sin\frac{\pi a}{2b}\right)^4}{\cos\left(\frac{\pi a}{2b}\right)} \\ F_3\left(\frac{a}{b}\right) &= \frac{1.122 - 0.561\left(\frac{a}{b}\right) + 0.085\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 0.180\left(\frac{a}{b}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{a}{b}}} \end{aligned} \quad (3.64)$$

ile verilir.



Şekil 3.6. Dikdörtgen kesitli, çatlak içeren konsol kiriş ve yükleme durumu

(3.64) nolu denklemde κ , nümerik bir faktör olup elemanın kesitine bağlı olarak Timoshenko kiriş teorisi yardımıyla belirlenir (Tada ve ark., 1985). κ dikdörtgen kesit için 0.67 olarak alınır.

3.6.6. Gerilme yığılma faktörü ve şekil değiştirme enerjisi saliverinim oranı arasındaki ilişki

Şekil değiştirme enerjisi saliverinim oranı J , çatlak önünde meydana gelecek birim uzama için gerekli şekil değiştirme enerjisi olarak tanımlanır ve düzlem şekil değiştirme hali için;

$$J = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_1^2 + \frac{(1-\nu^2)}{E} K_2^2 + \frac{(1-\nu^2)}{E} K_3^2 \quad (3.65)$$

olarak verilir (Tada ve ark., 1985). Şekil değiştirme enerjisi saliverinim oranı daima pozitif olup birbirinden bağımsız olan üç şekil değiştirme modunu içermektedir. J 'nin tespitinde süperpozisyon prensibinden faydalanınca;

$$J = \frac{(1-\nu^2)}{E^*} \left\{ (K_1(P_1) + K_1(P_2))^2 + K_2(P_3)^2 \right\} \quad (3.66)$$

elde edilir. Burada E^* elastisite modülü, düzlem şekil değiştirme hali için $E^* = E$ ve düzlem gerilme hali için $E^* = E / (1 - \nu^2)$ olarak alınır.

3.6.7. Dikdörtgen kesitli bir kiriş için esneklik katsayılarının bulunması

Dikdörtgen kesitli bir kiriş için şekil değiştirme enerjisi saliverinim miktarı J (3.66) nolu denklemde elde edilmiştir. (3.66) nolu denklem, (3.63) ve (3.64) nolu denklemlerle yeniden düzenlenince;

$$J(a) = \frac{(1-\nu^2)}{E^*} \pi r \left\{ \left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{P_1^2}{b^2 d^2} F_1^2 + \frac{36P_2^2}{b^4 d^2} F_2^2 + \frac{12P_1 P_2}{b^3 d^2} F_1 F_2 \left(\frac{a}{b} \right) + \frac{\kappa^2 P_3^2}{b^2 d^2} F_3^2 \right) \right\} \quad (3.67)$$

ifadesi elde edilir. Eni d , yüksekliği b olan dikdörtgen kesitli ve a derinliğinde bir çatlğa sahip kiriş için esneklik katsayıları aşağıdaki gibi yazılır:

$$c_{ij} = d \frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \int_0^a J(\xi) d\xi \quad (3.68)$$

Gerekli işlemler yapıldıktan sonra c_{11} , c_{13} , c_{22} , c_{31} ve c_{33} esneklik katsayıları aşağıdaki gibi bulunur:

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{2\pi}{E^* b^2 d} \int_0^a \xi F_1^2 \left(\frac{\xi}{b} \right) d\xi \\ c_{13} &= c_{31} \frac{12\pi}{E^* b^3 d} \int_0^a \xi F_1^2 \left(\frac{\xi}{b} \right) F_3 \left(\frac{\xi}{b} \right) d\xi \\ c_{22} &= \frac{2\pi \kappa^2}{E^* b^2 d} \int_0^a \xi F_2^2 \left(\frac{\xi}{b} \right) d\xi \\ c_{33} &= \frac{72\pi}{E^* b^4 d} \int_0^a \xi F_3^2 \left(\frac{\xi}{b} \right) d\xi \end{aligned} \quad (3.69)$$

3.6.8. Esneklik ve rijitlik matrislerinin oluşturulması

Kesme kuvvetinin çatlğın açılma şekline etki etmediği kabul edilirse, $\delta(u,v,\theta)$ yer değiştirme vektörü için esneklik katsayıları matris formunda aşağıdaki gibi yazılır:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ 0 & c_{22} & 0 \\ c_{31} & 0 & c_{33} \end{bmatrix}_{(3 \times 3)} \quad (3.70)$$

(3.70) nolu denklemin tersi, bir düğüm noktası için direngenlik matrisini verecektir. Bu durumda bir düğüm noktası için direngenlik matrisi aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$[C]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{c_{33}}{-c_{13}^2 + c_{11}c_{33}} & 0 & \frac{c_{13}}{c_{13}^2 - c_{11}c_{33}} \\ 0 & \frac{1}{c_{22}} & 0 \\ \frac{c_{13}}{c_{13}^2 - c_{11}c_{33}} & 0 & \frac{c_{11}}{-c_{13}^2 + c_{11}c_{33}} \end{bmatrix} \quad (3.71)$$

İki düğüm ve her bir düğümünde üç serbestlik derecesine sahip bir kiriş için çatlak bölgesinde çatlağın neden olduğu rijitlik matrisi ise aşağıdaki gibi oluşturulur (Irwin, 1960).

$$[K]_{cr} = \begin{bmatrix} [C]^{-1} & -[C]^{-1} \\ -[C]^{-1} & [C]^{-1} \end{bmatrix}_{(6 \times 6)} \quad (3.72)$$

3.6.9. Çatlaklı kiriş için serbest titreşim analizi

Çatlağın yapının rijitliğinde bir düşüm meydana getirdiği önceki kısımlarda açıklanmıştı. Bundan dolayı yapının rijitlik matrisi oluşturulurken bu rijitlik düşümü dikkate alınır. Önceki bölümlerde çatlaksız elemana ait rijitlik matrisi (3.43)'e çatlaktan dolayı meydana gelen rijitlik matrisi (3.72) eklenerek, çatlaklı yapının rijitlik matrisi ($[K]_{wcr}$) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$[K]_{wcr} = [K] + [K]_{cr} \quad (3.73)$$

Çatlaklı yapı için elde edilen rijitlik matrisi ile yapının burkulma ve titreşim davranışları için oluşturulan (3.52) ve (3.59) nolu denklemleri yeniden düzenlenince;

$$\left| [K]_{wcr} + \lambda[G]_e \right| = 0 \quad (3.74)$$

$$\left| [K]_{wcr} - \lambda[M] \right| = 0 \quad (3.75)$$

şeklinde iki adet yeni özdeğer problemi elde edilir. Bu iki özdeğer problemi çözümlenince, (3.74) nolu denklemde bulunan λ değeri çatlak içeren yapının kritik burkulma yükünü, (3.75) nolu eşitlik için bulunan λ değeri ise çatlak içeren yapının doğal frekansını (ω^2) verir.

3.6.10. Eksenel yüklü ve çatlaklı kirişin serbest titreşim analizi

Önceki bölümlerde geometrik rijitlik matrisinin kuvvetle orantılı olduğu vurgulanmıştı. Buradaki kuvvet ifadesini “P” olarak gösterilirse, bası durumunda bu ifade -P, çeki durumunda ise +P şeklinde olacaktır. Bu P yükü çalışmamızda eksenel yük olarak adlandırılır. Bu eksenel yük eğer kritik burkulma yüküne eşit olursa yapı elemanı burkulur. Burkulmanın meydana gelmesi ile elemanın geometrik şeklinde bir değişiklik meydana gelir. Bundan dolayı da bu eksenel yükün hiçbir zaman kritik yüke ulaşması istenmez. Eksenel yükün uygulanması ile şekil değişimi meydana geldiğinden, elemanın rijitlik matrisinde de bir düşüm meydana gelir. Bu rijitlik düşümü burkulma analizi ve titreşim analizi yapılmadan önce genel rijitlik matrisine eklenmesi gerekir. Bu çalışmada kritik burkulma yükünden daha az eksenel yükler çatlaklı kirişe uygulanıp titreşim analizi yapılmıştır. (3.49) nolu denklem yük ifadesi olan P’ye göre yeniden düzenlenirse;

$$[G] = P[G]_e \quad (3.76)$$

elde edilir. (3.76) nolu denklem (3.75) nolu denklem ile yeniden düzenlenirse:

$$\left| ([K]_{wcr} - P[G]_e) - \lambda[M] \right| = 0 \quad (3.77)$$

özdeğer problemi elde edilir. Denklemde bulunan λ değeri çatlaklı ve eksenel yük altındaki bir kirişin doğal frekansını verir. Bu denklem çatlaklı ve eksenel yük altındaki bir kirişin titreşim analizinin yapılması için kullanılır.

Bu çalışmada (3.74) ve (3.77) nolu denklemleri ile verilen eşitlikleri

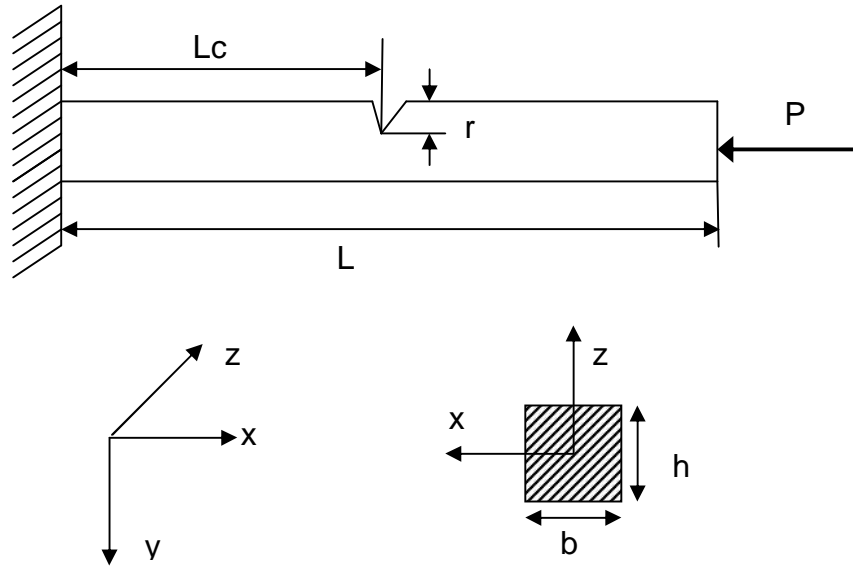
çözebilecek bir bilgisayar programı Visual Fortran 6.1’de yazılarak, çatlak içeren ve eksenel yük etkisinde olan yapılardaki burkulma ve titreşim problemlerinin analizi yapılmıştır.

Bundan sonraki bölümde ilk önce önerilen metodun ve yapılan programın doğruluğu literatürdeki çalışmalar ile tespit edilmiştir. Daha sonra bazı problemler ele alınarak, problemlerin çözümleri sayısal, analitik ve hazırlanan program ile elde edilmiştir.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI ve TARTIŞMA

4.1. Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Serbest Kiriş

Çalışmamızın bu bölümünde önerilen ve kullanılan metodun güvenilirliğini göstermek için boyutları ve kesiti Şekil 4.1.'deki gibi verilen, bir ucu ankastre diğer ucu serbest çatlaksız, çatlaklı ve hem çatlaklı hem de aksenal yüklü kirişler için sayısal, analitik ve hazırlanan program ile sonuçlar elde edilmiştir. Kirişin aksenal yüklü durumunda elde edilen değerler literatürde adı geçen Binici (2005)'nin çalışmasındaki sonuçlar ile karşılaştırılmış olup metodun güvenilir olduğu gösterilmiştir. Kullanılacak olan kirişe ait geometrik özellikler; $L = 3000$ mm, $h = 200$ mm, $b = 200$ mm, ve elastisite modülü $E = 20$ GPa'dır. Bu çalışmada sadece elastik burkulma ($n > n_{kr}$) durumu göz önüne alınarak problemler analiz edilmiştir.



Şekil 4.1. Tek çatlak içeren ve aksenal yük altında olan bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş

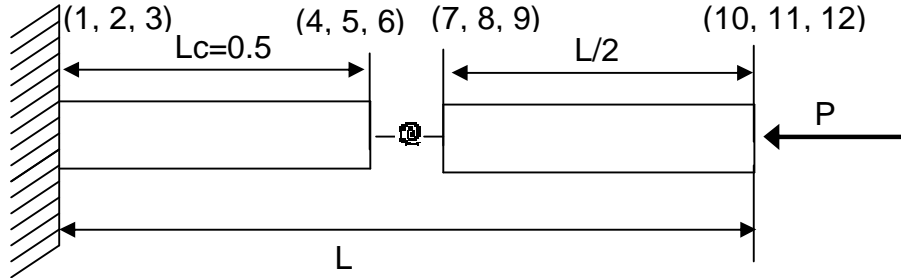
4.1.1. Burkulma yükü probleminin analitik çözümü

Bu çalışmada sadece elastik burkulma ($n > n_{kr}$) durumu göz önüne alındığından, çatlaksız kiriş için kritik burkulma yükü (3.8) denklemiyle aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$P = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} = \frac{(\pi)^2 \times 20 \times 10^9 \times 13.33 \times 10^{-5}}{4 \times 3^2} = 730\,899 \text{ N} \quad (4.1)$$

4.1.2. Burkulma yükü probleminin sonlu elemanlar metoduyla çözümü

Bu kirişin kritik burkulma yükünü sonlu elemanlar metoduyla bulmak için ilk önce kirişin sonlu elemanlar metoduna göre modellenmesi gerekir. Kiriş tam ortasında çatlak olacak şekilde iki kısma ayrılmıştır (Şekil 4.2). Çatlakta bir eleman olarak ele alındığından bu modelleme ile sistem üç elemana ayrılmış oldu. Kirişte çatlak yeri $L_c = 0.5 L$ 'de ve çatlak derinliği $r = 40 \text{ mm}$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.2. Eksenel yük altında tek çatlak içeren bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişin sonlu elemanlar modeli

Kullanılan elemanlara ait rijitlik matrisleri daha önceki bölümlerde verilen (3.43), (3.44) ve (3.72) denklemleri ve kullanılan malzemenin mekanik ve geometrik özelliklerinden faydalanılarak sırasıyla eleman rijitlik matrisi (4.2), geometrik rijitlik matrisi (4.3) ve çatlaktan dolayı meydana gelen rijitlik matrisi (4.4) hesaplanmıştır.

$${}^1[K]_e = {}^3[K]_e = \begin{bmatrix} 533.33 & 0 & 0 & -533.33 & 0 & 0 \\ 0 & 9.48 & 7.11 & 0 & -9.841 & 7.11 \\ 0 & 7.11 & 7.11 & 0 & -7.11 & 3.55 \\ -533.33 & 0 & 0 & 533.33 & 0 & 0 \\ 0 & -9.48 & -7.11 & 0 & 9.48 & -7.11 \\ 0 & 7.11 & 3.55 & 0 & -7.11 & 7.11 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$${}^1[G] = {}^3[G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0.1 & 0 & -0.8 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & 0.2 & 0 & -0.1 & -0.05 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.8 & -0.1 & 0 & 0.8 & -0.1 \\ 0 & 0.1 & -0.05 & 0 & -0.1 & 0.2 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$${}^2[K]_{cr} = \begin{bmatrix} 4.74*10^6 & 0 & -1.9*10^5 & -4.74*10^6 & 0 & 1.9*10^5 \\ 0 & 5.57*10^4 & 0 & 0 & -5.57*10^4 & 0 \\ -1.9*10^5 & 0 & 7.67*10^3 & 1.9*10^5 & 0 & -7.67*10^3 \\ -4.74*10^6 & 0 & 1.9*10^5 & 4.74*10^6 & 0 & -1.9*10^5 \\ 0 & -5.57*10^4 & 0 & 0 & 5.54*10^4 & 0 \\ 1.9*10^5 & 0 & -7.67*10^3 & -1.9*10^5 & 0 & 7.67*10^3 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Kullanılan elemanın global rijitlik matrislerinin bulunması için Çizelge 4.1. aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

Çizelge 4.1. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest, çatlak içeren kirişe ait süreklilik tablosu

Eleman No	Düğüm No	L	Serbestlik Derecesi
1	1 2	1.5 m	q ₁ , q ₂ , q ₃ q ₄ , q ₅ , q ₆
2	2 3	0	q ₄ , q ₅ , q ₆ q ₇ , q ₈ , q ₉
3	3 4	1.5 m	q ₇ , q ₈ , q ₉ q ₁₀ , q ₁₁ , q ₁₂

Çatlaklı sisteme ait genel rijitlik matrisi, eleman rijitlik matrisleri, eleman süreklilik tablosu ve çatlaktan dolayı meydana gelen rijitlik düşümü dikkate alınarak aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$[K]_{wcr} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} + k_{11} & k_{45} + k_{12} & k_{46} + k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} + k_{21} & k_{55} + k_{22} & k_{56} + k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} + k_{31} & k_{65} + k_{32} & k_{66} + k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{11} + k_{44} & k_{12} + k_{45} & k_{13} + k_{46} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ 0 & 0 & 0 & k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{21} + k_{54} & k_{22} + k_{55} & k_{23} + k_{56} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ 0 & 0 & 0 & k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{31} + k_{64} & k_{32} + k_{65} & k_{33} + k_{66} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$[G]_{wcr} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} & g_{15} & g_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} & g_{25} & g_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} & g_{35} & g_{36} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} & g_{45} & g_{46} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{51} & g_{52} & g_{53} & g_{54} & g_{55} & g_{56} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_{61} & g_{62} & g_{63} & g_{64} & g_{65} & g_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} & g_{15} & g_{16} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} & g_{25} & g_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} & g_{35} & g_{36} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} & g_{45} & g_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{51} & g_{52} & g_{53} & g_{54} & g_{55} & g_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_{61} & g_{62} & g_{63} & g_{64} & g_{65} & g_{66} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

elde edilen bu iki matris (3.86) nolu eşitlik ile yeniden düzenlenmiş ve sınır şartları uygulanmıştır. Modellemesini yaptığımız sistemde, bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için 1. düğümde yani ankastre mesnet kısmında herhangi bir deplasman ve dönme meydana gelmeyecektir. Dolayısıyla global rijitlik ve geometrik rijitlik matrislerinde 1, 2 ve 3 nolu satır ve sütunlar silindikten sonra determinant alınarak sonuçlar aşağıdaki gibi bulunmuştur:

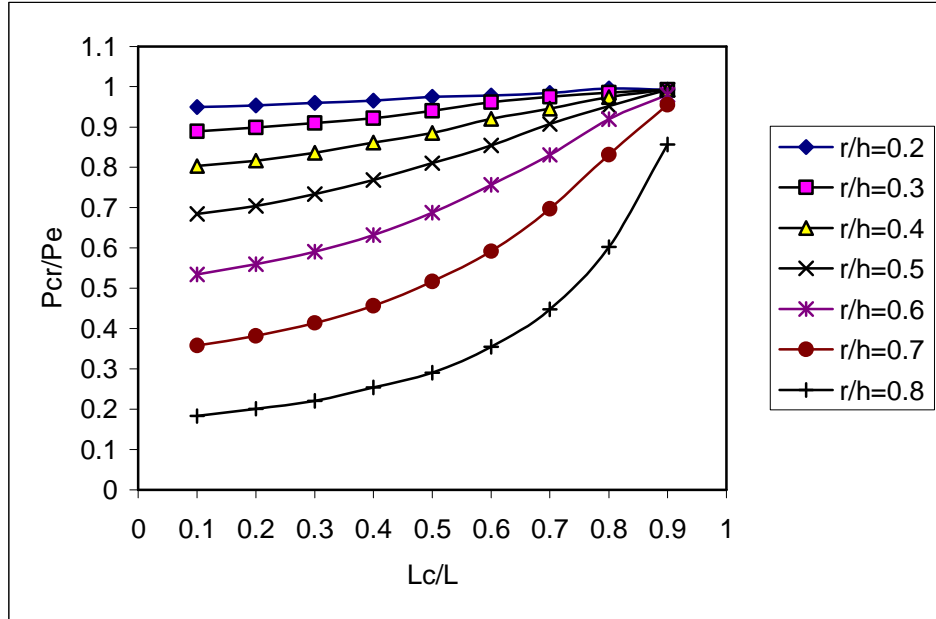
$$\det | [K]_{wcr} + \lambda [G]_{wcr} | = -7.0641 * 10^{74} + 1.0619 * 10^{69} \lambda - 1.8962 * 10^{62} \lambda^2 + 7.9870 * 10^{54} \lambda^3 - 6.8791 * 10^{46} \lambda^4 - 2.812 * 10^{38} \lambda^5 = 0 \quad (4.7)$$

$$\lambda_1 = 715\,017, \lambda_2 = -3.34 \cdot 10^8, \lambda_3 = 7.004 \cdot 10^6, \lambda_4 = 2.33 \cdot 10^7, \lambda_5 = 5.9 \cdot 10^7 \quad (4.8)$$

(4.8) nolu eşitliklerde en küçük λ değeri $\lambda_1 = 715\,017$ N aranan birinci kritik burkulma yükünü vermiştir.

4.1.3. Burkulma yükü probleminin hazırlanan program ile çözümü

Uygulamada verilen mekanik ve geometrik özelliklere sahip çatlak içermeyen kiriş için burkulma yükü hazırlanan program ile $P_{\text{prog}} = 731\,063.5$ N olarak hesaplanmıştır. Bir önceki bölümde sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak belirli bir çatlak derinliği ve yeri için çözüm bulundu. Şekil 4.2.'de verilen sisteme ait kritik burkulma yükleri değişik çatlak boyu ve çatlak yeri için hazırlanan program ile hesaplanmıştır. Sisteme ait kritik burkulma yükünün çatlak içermeyen kirişe ait Euler burkulma yüküne oranı ile çatlak konumunun değişik çatlak derinlikleriyle değişimini gösteren grafikler Şekil 4.3.'deki gibi çizildi.



Şekil 4.3. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlak derinliği ve çatlak konumuna bağlı olarak birinci kritik burkulma yükünün Euler burkulma yüküne göre değişimi

4.1.4. Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü

Şekil 4.1.'de verilen kirişin çatlaksız ve eksenel yüksüz durumdaki titreşim analizi için global rijitlik ve global kütle rijitlik matrisleri oluşturulmuştur. Matrislerde sınır şartları uygulanmış ve bu matrisler denklem (3.21) de yerlerine konularak çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal frekansları sayısal olarak (Çizelge 4.2) bulunmuştur.

Çizelge 4.2. Bir ucu ankastre-diğer ucu serbest çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan doğal frekans değerleri (Hz)

1. Doğal frekans	2. Doğal frekans	3. Doğal frekans
35.871463	220.826860	612.679251

Bu bölümde oluşturulan matrisler ve bu matrislerin çözümleri için Mathematica 5 programı kullanılmıştır.

4.1.5. Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü

Daha önceki bölümlerde titreşim probleminin çözümüne yönelik eşitlik denklem (3.59) ile verilmişti. Bu denklem çatlaksız ve eksenel yüksüz bir kirişin titreşim analizinde kullanılmak üzere oluşturulmuştur. Bu denklemde, λ değeri bize çatlaksız ve eksenel yüksüz bir kirişin doğal frekanslarını (ω^2) verir. Şekil 4.1.'in çatlaksız olduğu durumdaki doğal frekans değerleri ve bunlara karşılık gelen doğal vektörleri sistemin mekanik ve geometrik özelliklerinden faydalanılarak hazırlanan program ile hesaplanmıştır. Bulunan bu değerler Çizelge 4.3. ve Çizelge 4.4.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.3. Bir ucu ankastre-diğer ucu serbest çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal frekans değerleri (Hz)

1. Doğal frekans	2. Doğal frekans	3. Doğal frekans
35.881470	220.847861	605.679657

Çizelge 4.4. Bir ucu ankastre-diğer ucu serbest, çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal vektör değerleri

1. Doğal vektörler	2. Doğal vektörler	3. Doğal vektörler
0	0	0
-0.6413E-02	-0.2804E-01	0.4952E-01
-0.2220E-01	-0.4658E-01	-0.2746E-03
-0.4288E-01	-0.8388E-02	-0.3829E-01
-0.6506E-01	0.6471E-01	0.6509E-01

4.1.6. Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü

Önceki bölümlerde çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin serbest titreşim denklemi (3.75) olarak bulunmuştu. Sisteme ait global rijitlik matrisi (4.5) yardımıyla bulunmuştur. Önceki bölümde oluşturulan global kütle matrisi ve global rijitlik matrisi denklem (3.75)'de yerlerine konuldu ve sınır şartları uygulanarak çözüm elde edildi. Bulunan doğal frekans değerleri Çizelge 4.5'de gösterildi.

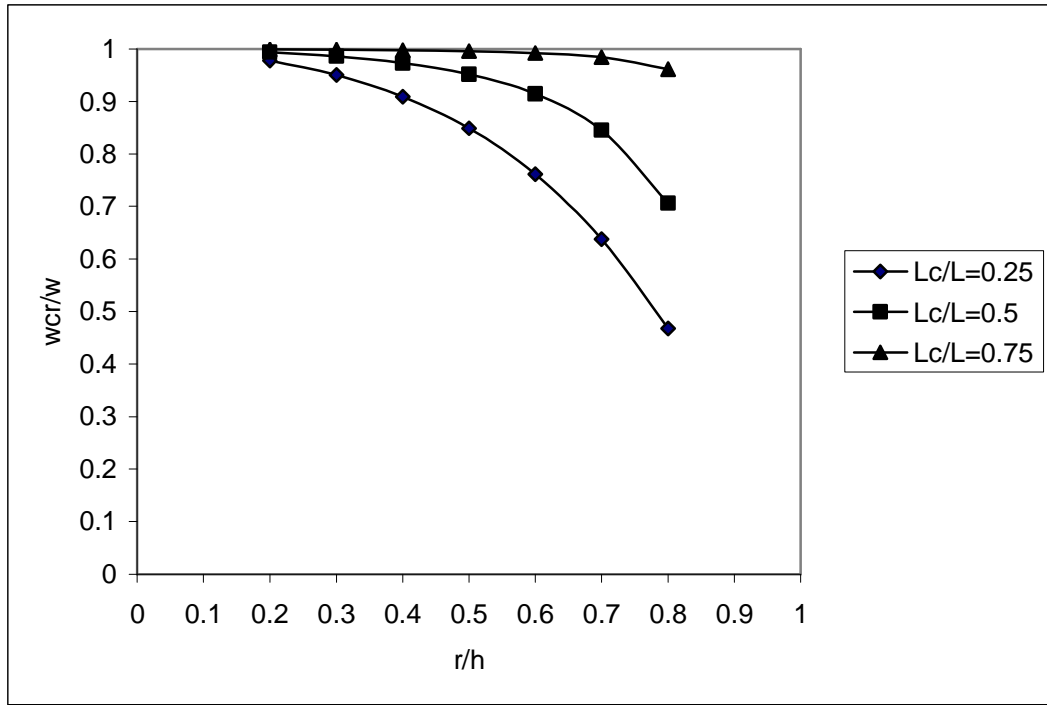
Çizelge 4.5. Bir ucu ankastre-diğer ucu serbest çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan doğal frekans değerleri (Hz)

1. Doğal frekans	2. Doğal frekans
35.581470	215.1547861

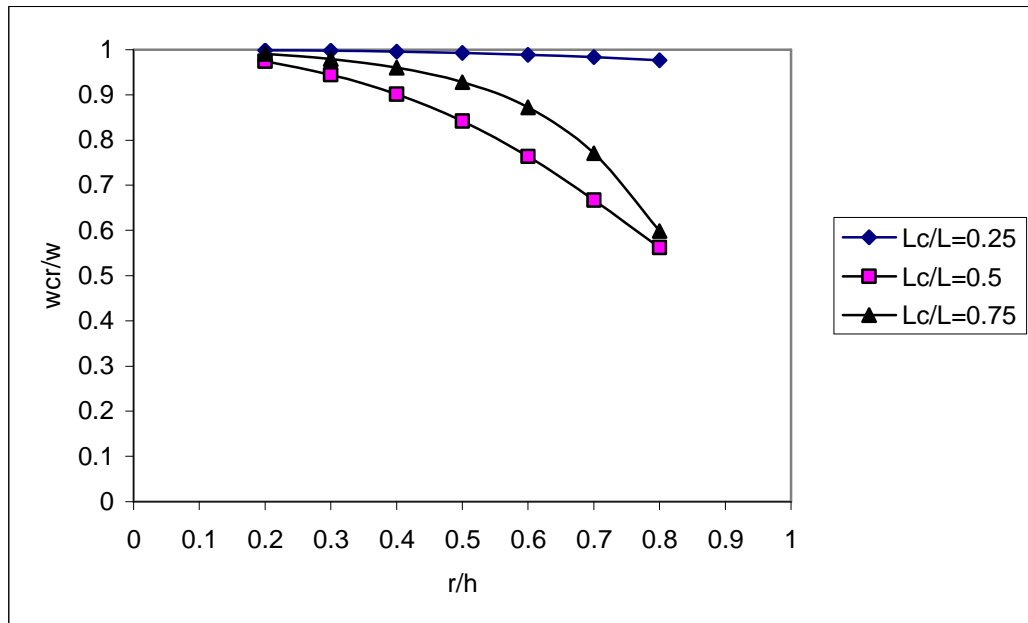
Bu bölümde oluşturulan matrisler ve bu matrislerin çözümleri için Mathematica 5 programı kullanılmıştır

4.1.7. Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin program ile çözümü

Daha önceki bölümlerde çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda olan bir kirişin doğal frekanslarını hesaplayabilen (3.75) nolu denklem oluşturulmuştu. Sistemin mekanik ve geometrik özellikleri ve (3.75) nolu denklem kullanılarak hazırlanan program ile sistemin doğal frekans ve doğal vektör değerleri çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliklerine göre hesaplandı. Daha sonra her bir doğal frekans değeri için, çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı grafikler (Şekil 4.4. ve Şekil 4.5.) oluşturulmuştur.



Şekil 4.4. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve aksenal yüksüz durumda 1. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi



Şekil 4.5. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve aksenal yüksüz durumda 2. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi

4.1.8. Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim probleminin sonlu elemanlar yöntemi ile çözümü

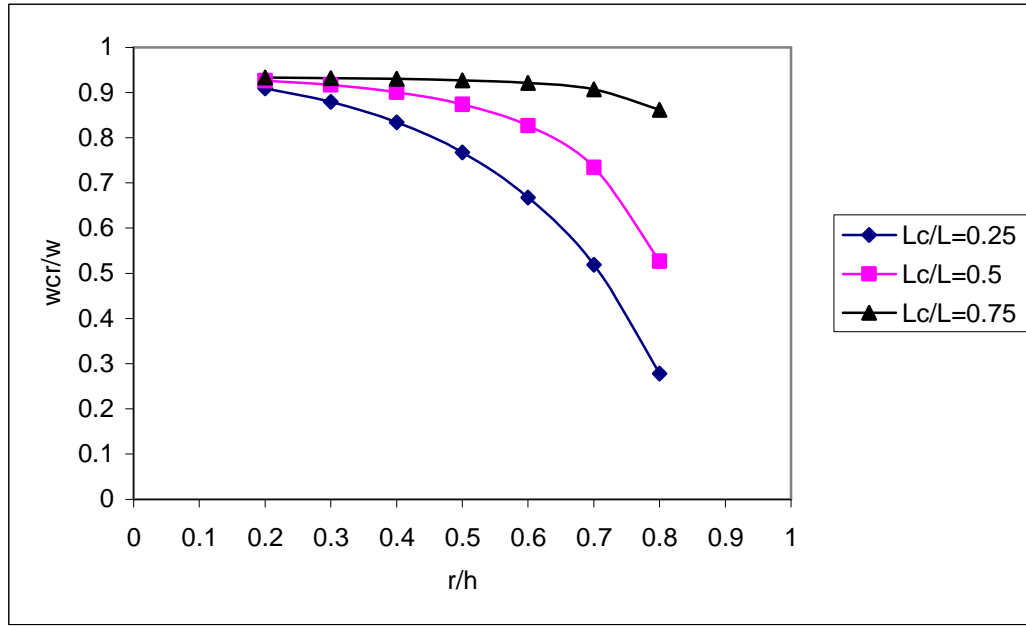
Önceki bölümlerde elde edilen global geometrik rijitlik matrisi, global rijitlik matrisi ve global kütle rijitlik matrislerinde sınır şartları uygulanmış ve denklem (3.77)'de yerlerine konularak Çizelge 4.6'daki gibi sonuçlar elde edilmiştir.

Çizelge 4.6. Bir ucu ankastre-diğer ucu serbest çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan doğal frekans değerleri (Hz)

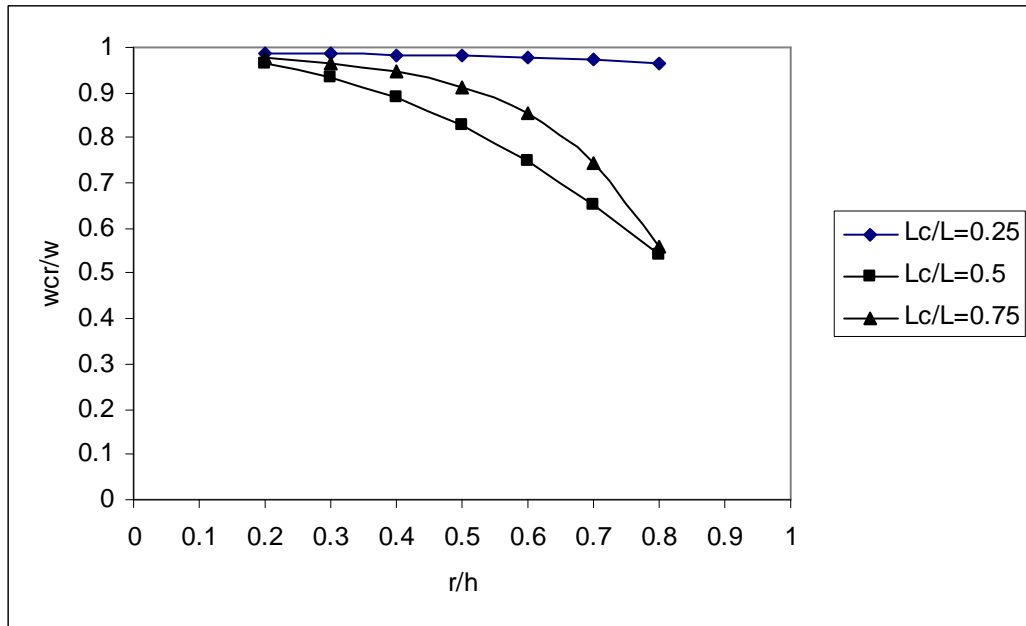
1. Doğal frekans	2. Doğal frekans
33.173	211.873

4.1.9. Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim probleminin programla çözümü

Bir kirişte hem çatlak hem de eksenel yükten dolayı bir rijitlik düşümü meydana geleceği önceki bölümlerde ele alınmış ve eksenel yük altında çatlak içeren bir kirişin titreşim problemini çözecek (3.77) denklemi elde edilmişti. Elde edilen bu denklem hazırlanan program ile çözüldü. Bu denklemdeki λ ifadesi doğal frekansı verir. Denklemdeki P ifadesi ise uygulanacak eksenel yükün değerini belirtir. Şekil 4.1.'de görülen bir ucu ankastre diğer ucu serbest çatlaklı kirişe 100 000 N'lık bir eksenel yük ile uygulanmıştır. Sistemin mekanik ve geometrik özelliklerinden faydalanılarak bu sistem için doğal frekans değerleri hazırlanan program ile bulunmuştur. Bulunan bu değerler çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı bir grafik (Şekil 4.6. ve Şekil 4.7.) olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.6. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve aksenal yüklü durumda 1. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliği oranına bağlı değişimi

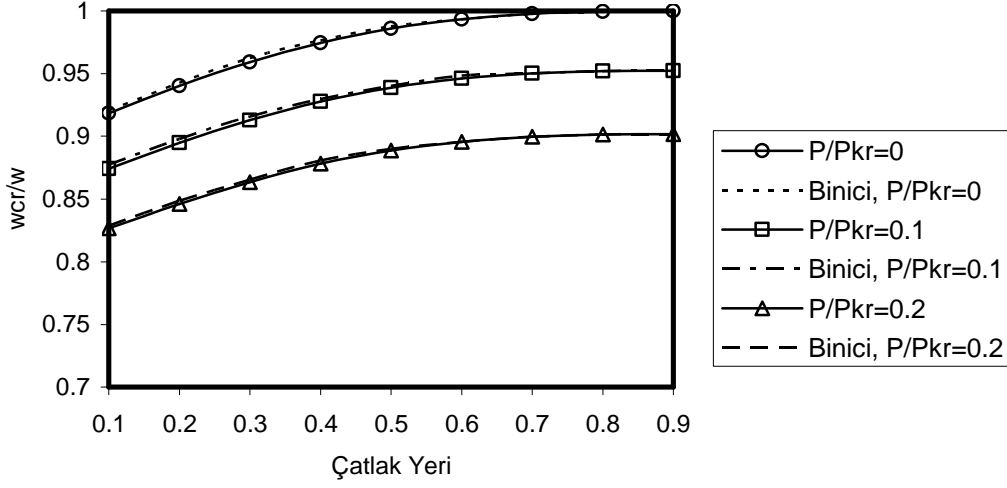


Şekil 4.7. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve aksenal yüklü durumda 2. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliği oranına bağlı değişimi

4.1.10. Önerilen metodun ve kullanılan programın güvenilirliğinin ispatı

Bu bölümde, problemlerden elde edilen sonuçlar literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırılmış (Şekil 4.8) olup, önerilen metodun ve kullanılan programın

güvenilirliği gösterilmiştir. Karşılaştırma işlemi $r/h=0.5$ için çatlaklı ve eksenel yüklü durum için yapılmıştır.

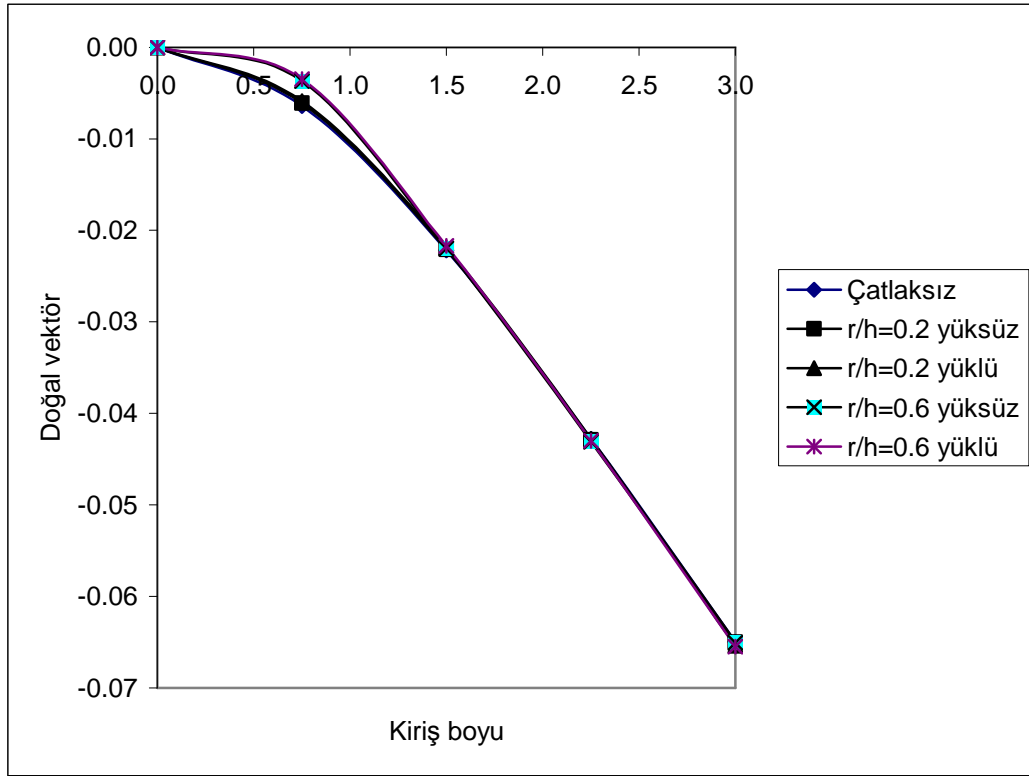


Şekil 4.8. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda 1. doğal frekans değerinin çatlak yeri ve yük durumuna bağlı değişiminin literatür karşılaştırması

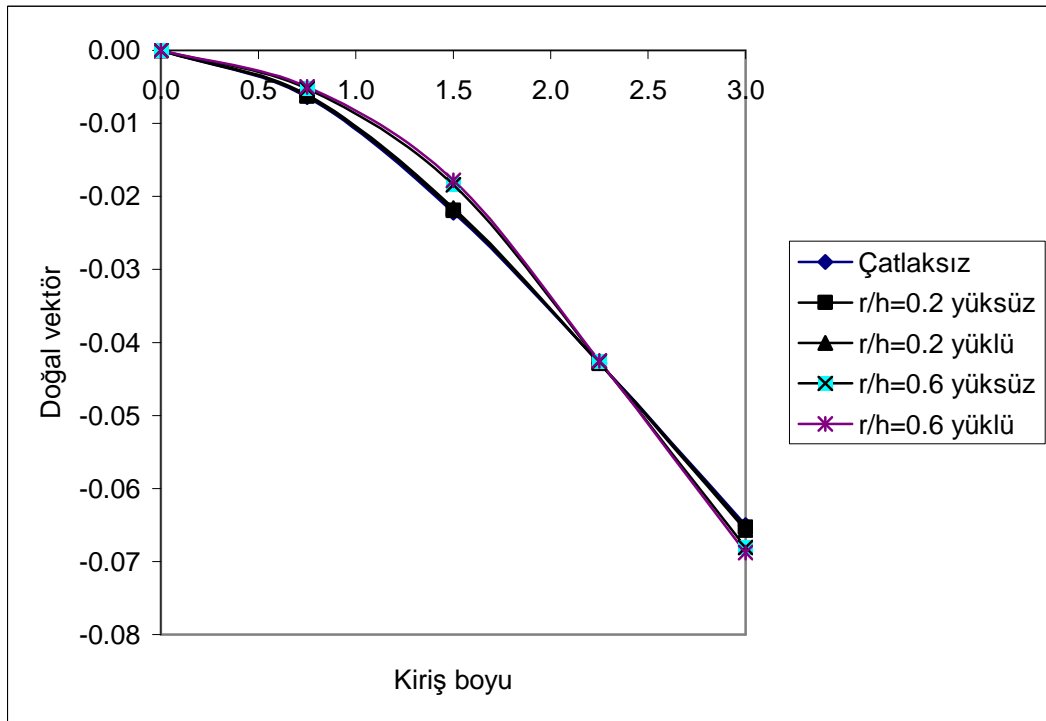
Şekil 4.8.'de görüldüğü üzere kullanılan program ile bulunan değerler literatürdeki çalışmanın sonuçları ile paralellik göstermektedir.

4.1.11. Sisteme ait doğal vektörlerin karşılaştırılması

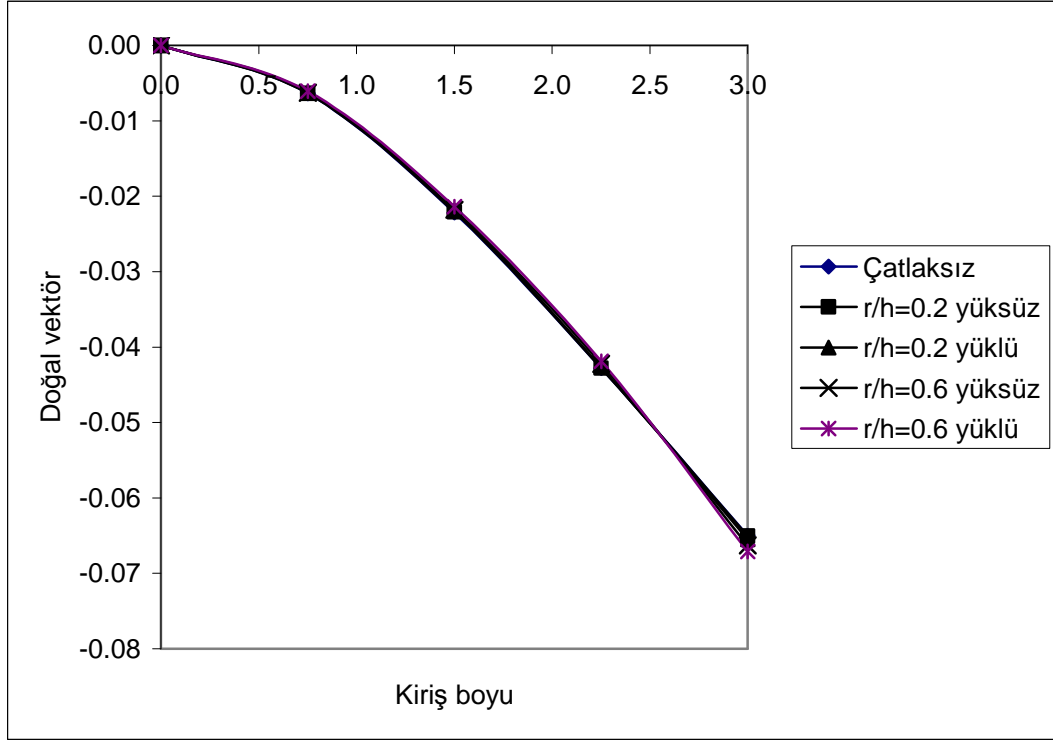
Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişin çatlaksız, yüksüz ve eksenel yüklü durumlarında elde edilen birinci ve ikinci doğal vektörlerin kiriş boyuna ve değişik çatlak oranına bağlı değişimleri Şekil 4.9., Şekil 4.10., Şekil 4.11., Şekil 4.12., Şekil 4.13. ve Şekil 4.14.' de gösterilmiştir.



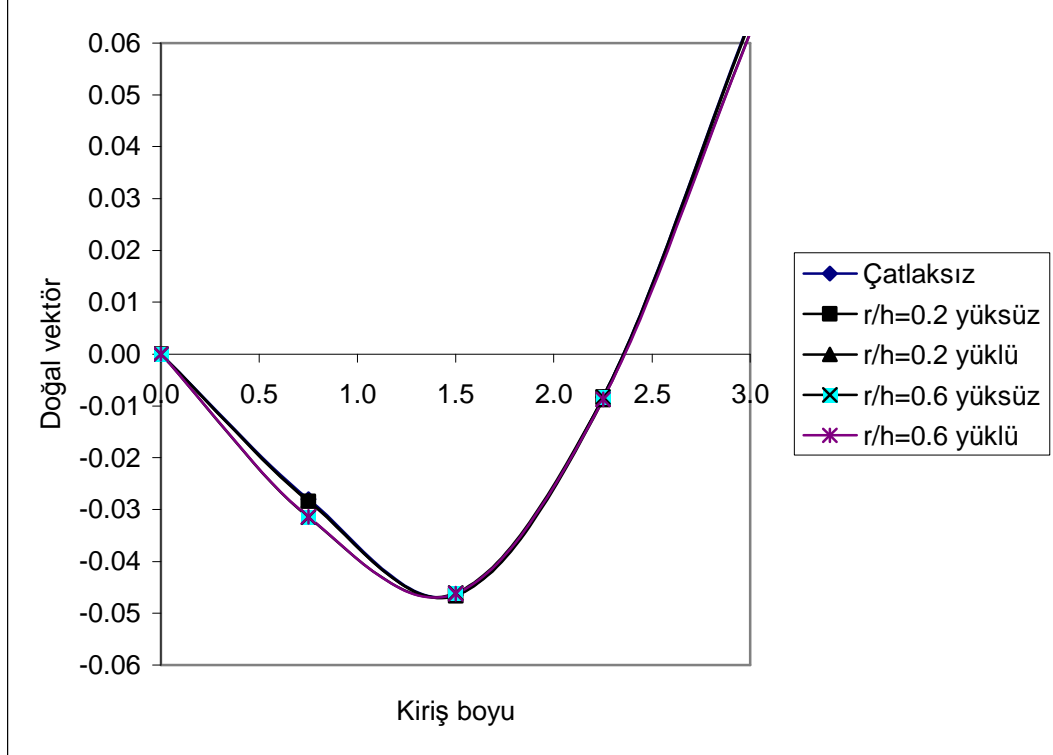
Şekil 4.9. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



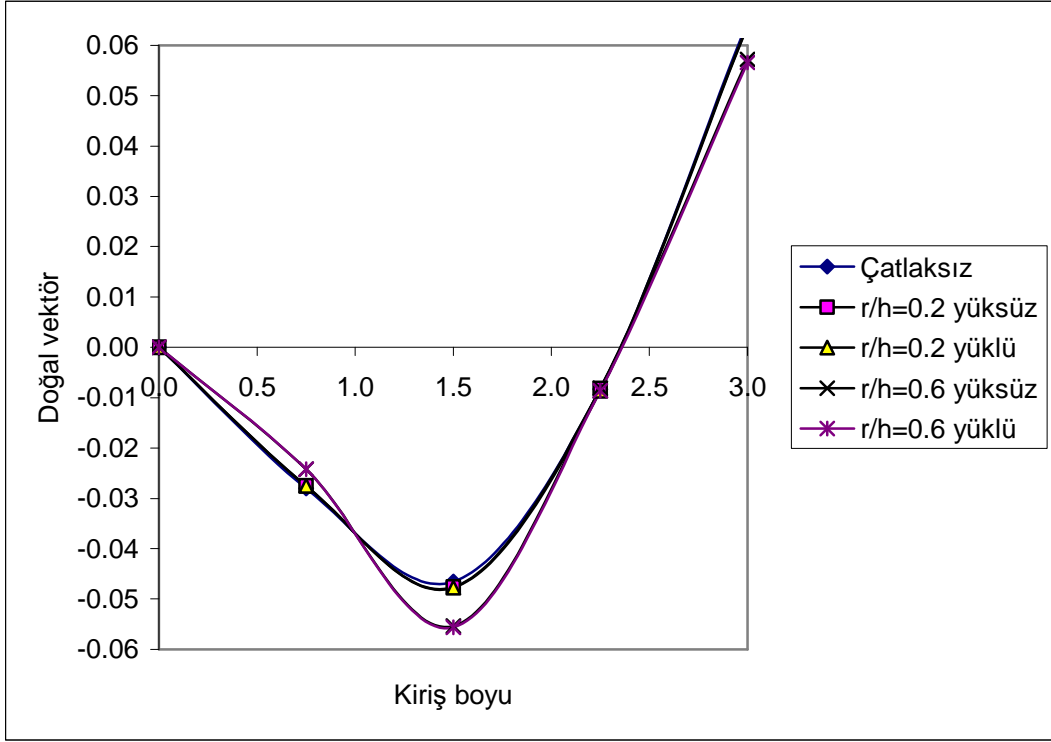
Şekil 4.10. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



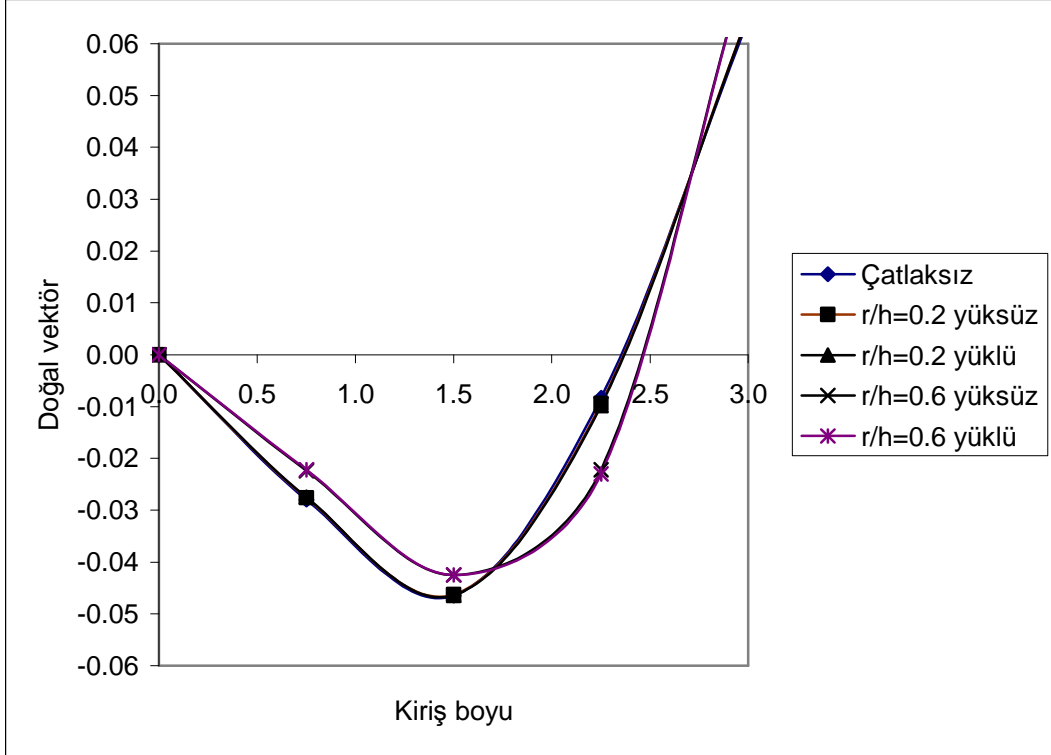
Şekil 4.11. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.12. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.13. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.14. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi

4.1.12. Bulgular

Mekanik ve geometrik özellikleriyle Şekil 4.1.'deki gibi verilen bir ucu ankastre diğer ucu serbest kiriş için, çatlaksız durumda kritik burkulma yükü, çatlaklı durumda kritik burkulma yükü, çatlaksız durumda titreşim analizi, çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda titreşim analizi ve son olarak hem çatlaklı hem de eksenel yük altında olan kirişin titreşim analizi yapılmış olup metodun güvenilirliği gösterilmiştir.

Çatlaksız kirişin kritik burkulma yükü analizinde Euler formülü ile kullanılan program sonuçları arasında % 0.02 gibi gayet küçük bir fark gözlemlendi. Bu da hazırladığımız programın güvenilirliğini göstermiş oldu.

Çatlaklı kirişin kritik burkulma yükü analizinde, analitik yöntemle elde edilen sonuçlar ile hazırlanan program sonuçları arasında % 1.2 gibi bir fark gözlemlendi. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte çatlak ankastre uca doğru yaklaştıkça kritik burkulma yükünde önemli derecede düşüşler gözlemlendi. Bunun sebebi ise momentin büyük olduğu noktalarda çatlağın yüksek enerji düşüşüne sebep olmasıdır.

Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim analizi sonlu elemanlar yöntemi ve hazırlanan program ile yapılmıştır. Her iki çözümden çıkan sonuçlar karşılaştırıldı. Sonuçlar arasında ihmal edilebilecek düzeyde farklar gözlemlendi. Sistemin mevcut bilgileri programa girilerek doğal frekans değerleri ve bu değerlere karşılık gelen doğal vektör değerleri elde edilmiştir.

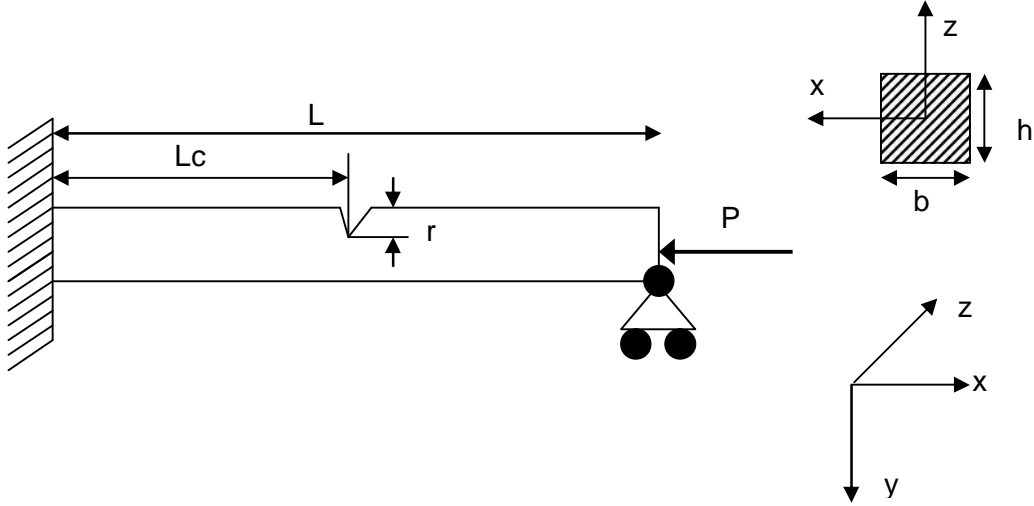
Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim analizinde hazırlanan program kullanılmıştır. Şekil 4.4. incelendiğinde, aynı çatlak oranına sahip farklı çatlak yerleri için 1. doğal frekans değerlerinin farklı olduğu görülmekte. Aynı zamanda da çatlak oranı arttıkça doğal frekans değerlerinde önemli ölçüde düşme görülmekte. Çatlağın ankastre mesnetten en uzak olduğu nokta ve çatlak oranının en büyük olduğu anda 1. doğal frekansta çok küçük bir düşüş olduğu gözlemlendi. Bundan dolayı da çatlağın yerinin 1. doğal frekans ile tespit edilmesi güçtür. Şekil 4.5.

incelendiğinde ise çatlağın ankastre mesnetten en uzak noktada olduğu ve çatlak miktarının en büyük değerinde frekanstaki düşme miktarı 1. doğal frekansa göre daha büyük olduğu gözlemlendi. Bu durumda 2. doğal frekans değeri çatlağın yerinin tespitinde daha önemli olduğu belirlenmiştir. Çatlak içeren bir konsol kirişte çatlağın ankastre mesnede yakın olduğu ve çatlak oranının arttığı durumlarda maksimum frekans düşümleri elde edilmiştir.

Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim analizinde sonuçların elde edilmesi için hazırlanan program kullanılmıştır. Kirişe kritik burkulma yükünden daha az olan 100 000 N' lık bir yük uygulanmıştır. Elde edilen doğal frekans değerlerinin oranları Şekil 4.6. ve Şekil 4.7.'de grafik halinde gösterilmiştir. Bu şekiller (Şekil 4.6. ve Şekil 4.7.) incelendiğinde, eksenel yükün etkimesi ile çatlağın en küçük oranında 1. doğal frekansın, eksenel yüksüz duruma göre fark edilir derecede düştüğü gözlemlendi. Eksenel yüklü kirişin 1. doğal frekanslarındaki düşme miktarı, eksenel yüksüz kirişin 1. doğal frekanslarındaki düşme miktarından daha fazla olduğu gözlemlendi. Bütün bu sonuçlar ışığında, kusurlu yapıların dinamik karakteristikleri (doğal frekans ve vektör) gözden geçirilerek yapıda bir kusurun oluşup oluşmadığının önceden tespit edilebileceği gösterilmiştir.

4.2. Bir Ucu Ankastre Diğer Ucu Mafsallı Kiriş

Şekil 4.15.'deki gibi bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişe ait burkulma ve titreşim problemlerinin sonuçları hazırlanan program ile bulunmuştur. Kullanılacak olan malzemeye ait geometrik özellikler; $L = 3000$ mm, $h = 200$ mm, $b = 200$ mm, ve elastisite modülü $E = 20$ GPa'dır. Bu çalışmada sadece elastik burkulma ($n > n_{kr}$) durumu göz önüne alınarak problemler analiz edilmiştir.



Şekil 4.15. Tek çatlak içeren ve eksenel yük altında olan bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş

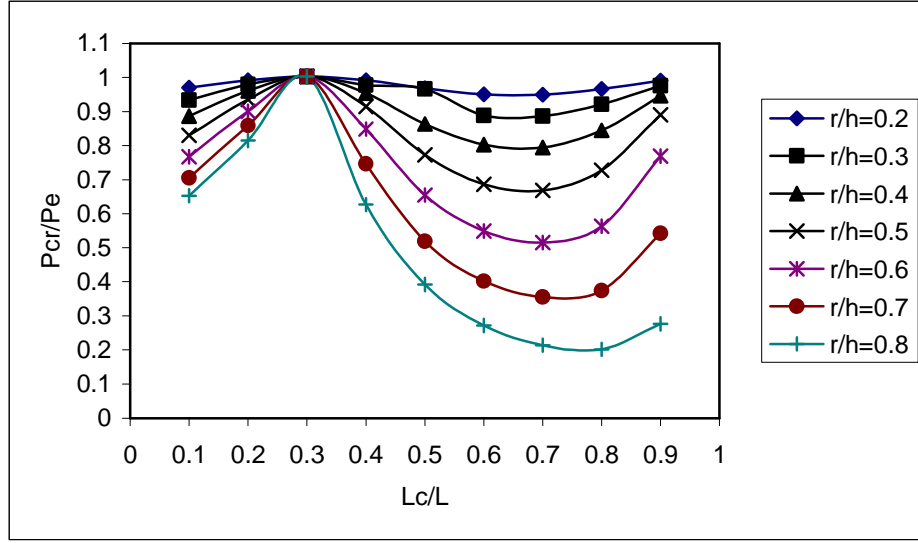
4.2.1. Burkulma probleminin analitik çözümü

Bu çalışmada sadece elastik burkulma ($n > n_{kr}$) durumu göz önüne alındığından, çatlaksız kiriş için kritik burkulma yükü (3.8) denklemiyle aşağıdaki gibi hesaplanmıştır;

$$P = \frac{\pi^2 EI}{(0.7L)^2} = \frac{(\pi)^2 \times 20 \times 10^9 \times 13.33 \times 10^{-5}}{(0.7 \times 3)^2} = 5\,966\,522 \text{ N} \quad (4.10)$$

4.2.2. Burkulma yükü probleminin hazırlanan program ile çözümü

Uygulamada verilen mekanik ve geometrik özelliklere sahip çatlak içermeyen kiriş için burkulma yükü hazırlanan program ile $P_{prog} = 5\,967\,865 \text{ N}$ olarak hesaplanmıştır. Şekil 4.15.'de verilen sisteme ait kritik burkulma yükleri değişik çatlak boyu ve çatlak yeri için hazırlanan program ile hesaplanmıştır. Sisteme ait kritik burkulma yükünün çatlak içermeyen kirişe ait Euler burkulma yüküne oranı ile çatlak konumunun değişik çatlak derinlikleriyle değişimini gösteren grafikler Şekil 4.16.'daki gibi çizilmiştir.



Şekil 4.16. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlak derinliği ve çatlak konumuna bağlı olarak birinci kritik burkulma yükünün Euler burkulma yüküne göre değişimi

4.2.3. Çatlaksız ve aksel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü

Şekil 4.15.'deki gibi verilen bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişin çatlaksız ve aksel yüksüz durumunda ki doğal frekansları ve doğal vektörleri hazırlanan program ile bulunmuştur. Bu değerler Çizelge 4.7. ve Çizelge 4.8.'de gösterilmiştir.

Çizelge 4.7. Bir ucu ankastre-diğer ucu mafsallı çatlaksız ve aksel yüksüz kirişin doğal frekans değerleri (Hz)

1. Doğal frekans	2. Doğal frekans
154.967534	491.686373

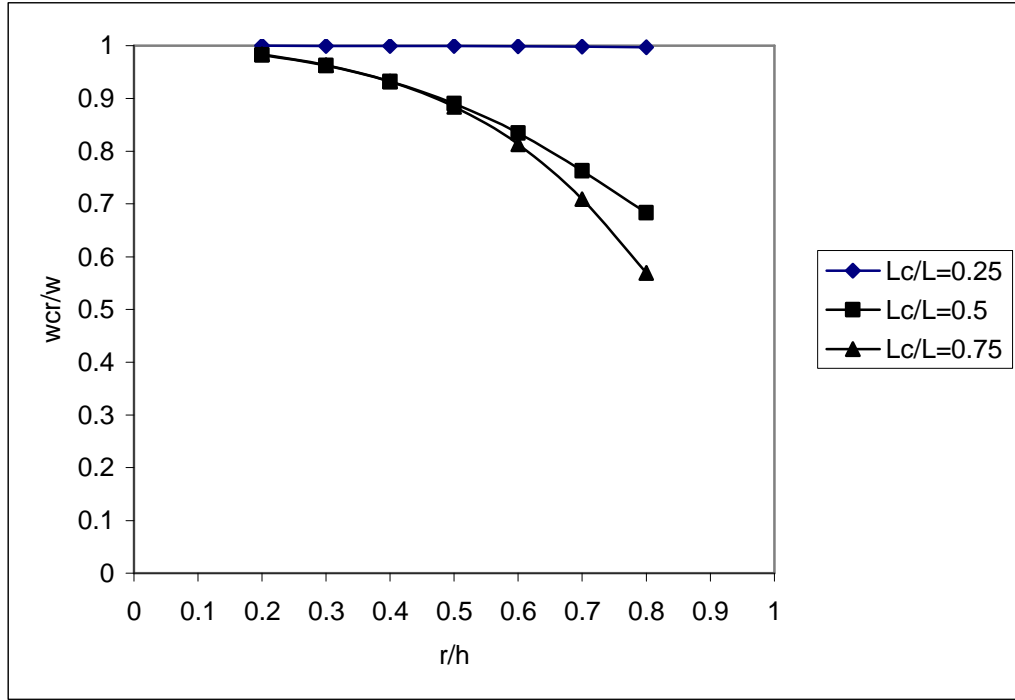
Çizelge 4.8. Bir ucu ankastre-diğer ucu mafsallı çatlaksız ve aksel yüksüz kirişin doğal vektör değerleri

1. Doğal vektörler	2. Doğal vektörler
0	0
0.2169E-01	0.4577E-01
0.4720E-01	0.1785E-01
0.3966E-01	-0.4592E-01
0	0

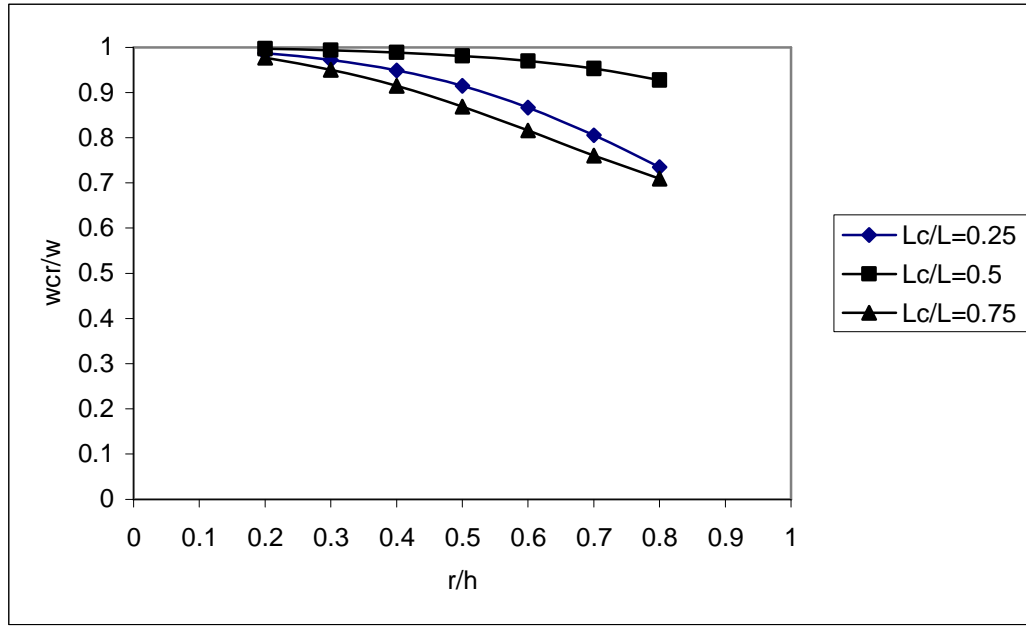
Bulunan bu değerler daha sonraki bölümlerde karşılaştırma için kullanılmıştır.

4.2.4. Çatlaklı ve aksenal yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü

Hazırlanan program ile sistemin doğal frekans ve doğal vektör değerleri çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliklerine göre hesaplanmıştır. Daha sonra her bir doğal frekans değeri için, çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı grafikler (Şekil 4.17. ve Şekil 4.18.) oluşturulmuştur.



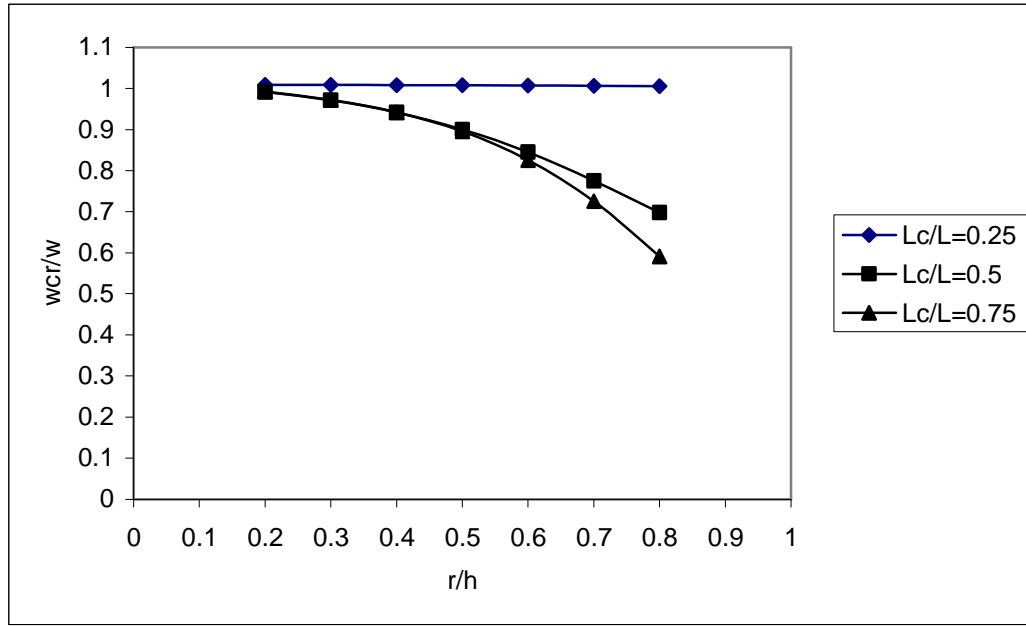
Şekil 4.17. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve aksenal yüksüz durumda 1. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi



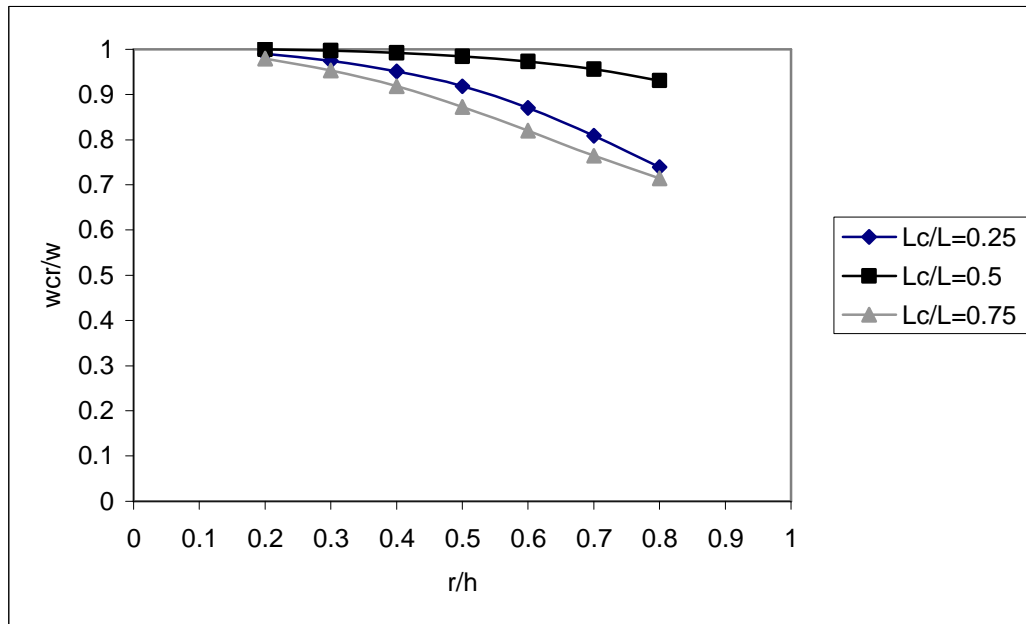
Şekil 4.18. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve aksenal yüksüz durumda 2. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi

4.2.5. Çatlaklı ve aksenal yüklü kirişin titreşim probleminin programla çözümü

Şekil 4.15.'de görülen bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı çatlaklı kirişe 100 000 N'lık bir aksenal yük ile uygulanmıştır. Sistemin mekanik ve geometrik özelliklerinden faydalanılarak bu sistem için doğal frekans değerleri hazırlanan program ile bulunmuştur. Bulunan bu değerler çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı bir grafikler (Şekil 4.19. ve Şekil 4.20.) olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.19. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda 1. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliği oranına bağlı değişimi

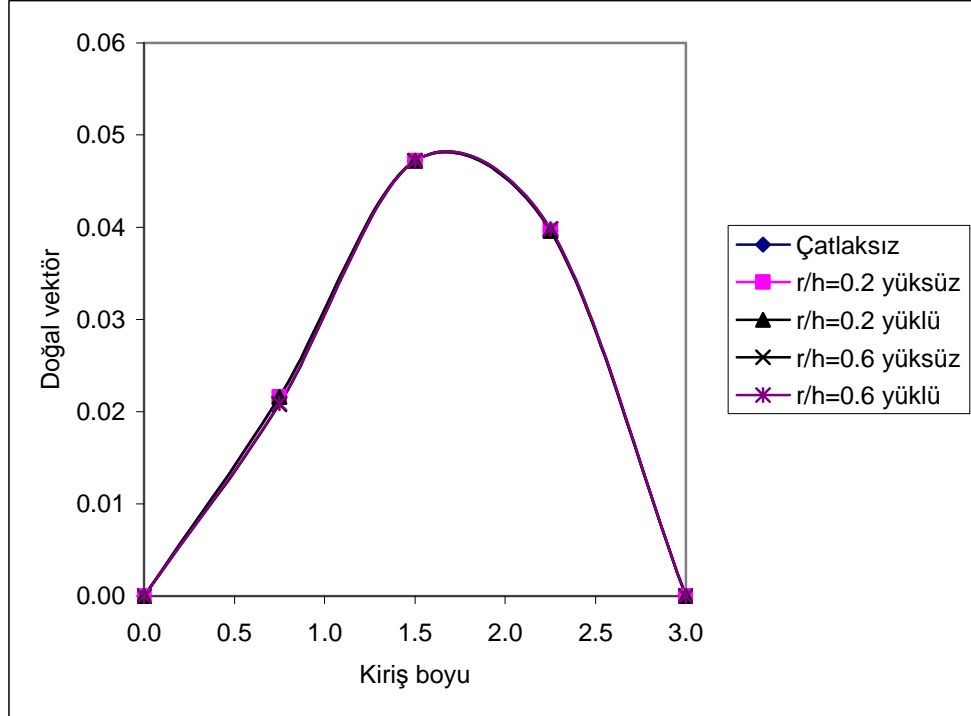


Şekil 4.20. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda 2. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliği oranına bağlı değişimi

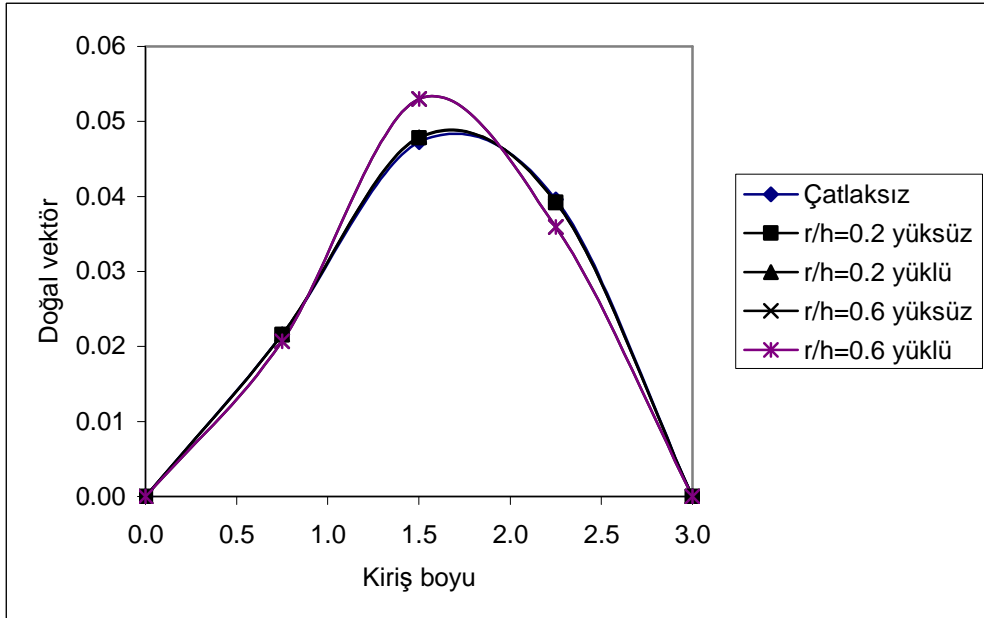
4.2.6. Sisteme ait doğal vektörlerin karşılaştırılması

Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişin çatlaksız, yüksüz ve eksenel yüklü durumlarında elde edilen birinci ve ikinci doğal vektörlerin kiriş boyuna ve değişik

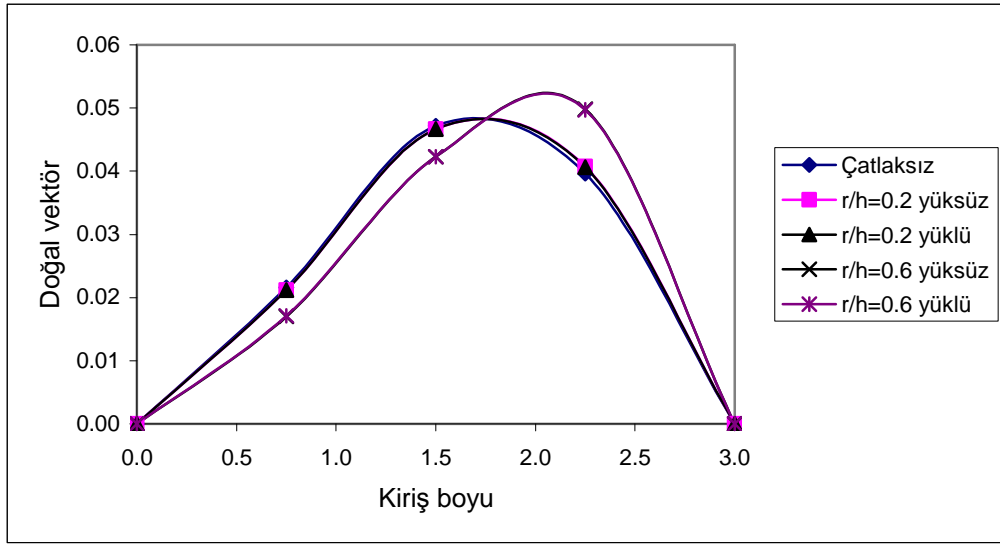
çatlak oranına bağlı değişimleri Şekil 4.21., Şekil 4.22., Şekil 4.23., Şekil 4.24., Şekil 4.25. ve Şekil 4.26.'da gösterilmiştir.



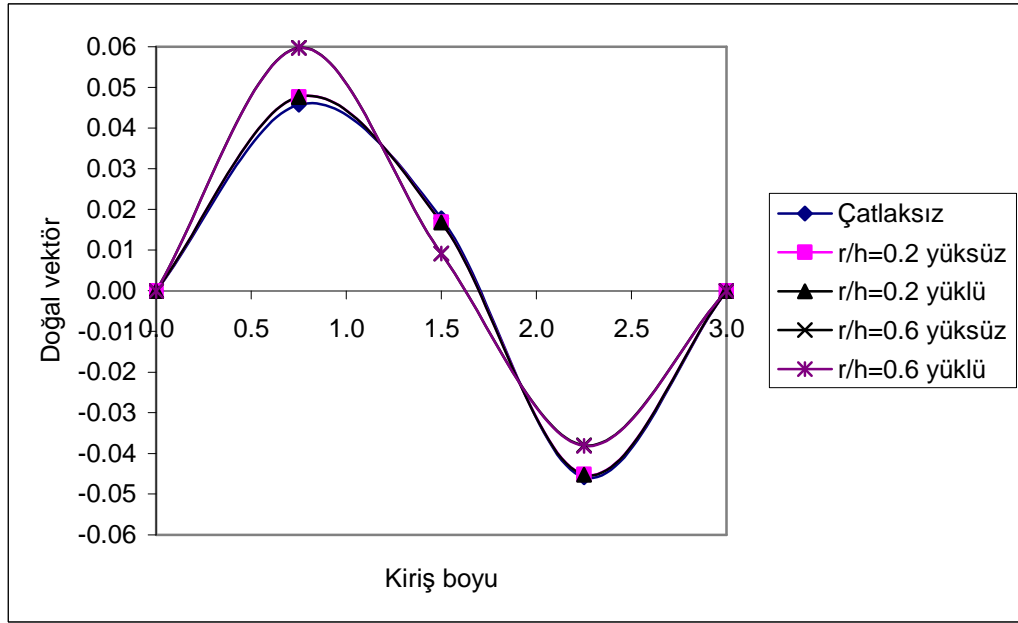
Şekil 4.21. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



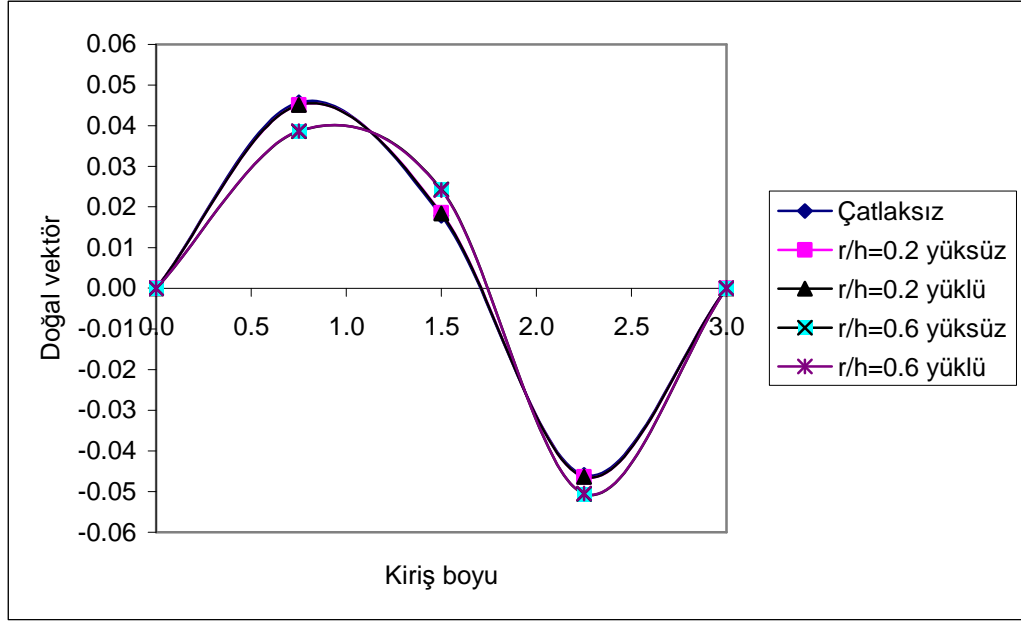
Şekil 4.22. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



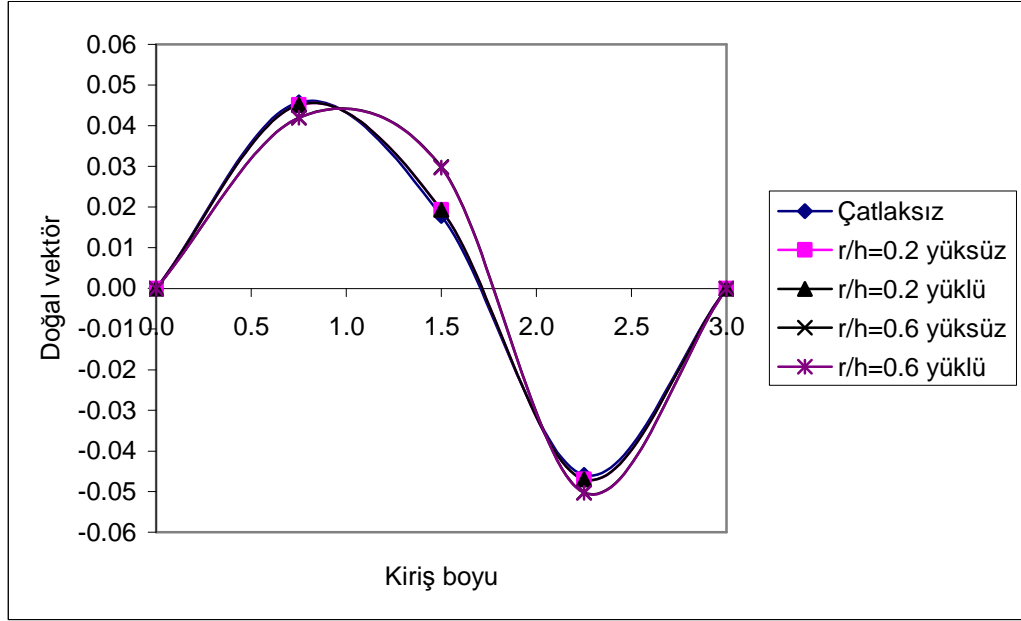
Şekil 4.23. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.24. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.25. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.26. Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi

4.2.7. Bulgular

Mekanik ve geometrik özellikleriyle Şekil 4.15.'deki gibi verilen bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kiriş için, çatlaksız durumda kritik burkulma yükü,

çatlaklı durumda kritik burkulma yükü, çatlaksız durumda titreşim analizi, çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda titreşim analizi ve son olarak hem çatlaklı hem de eksenel yük altında olan kirişin titreşim analizi hazırlanan program ile yapılmıştır.

Çatlaksız kirişin kritik burkulma yükü analizinde Euler formülü ile kullanılan program sonuçları arasında % 0.02 gibi gayet küçük bir fark gözlemlendi. Bu da hazırladığımız programın güvenilirliğini göstermiş oldu.

Çatlaklı kirişin kritik burkulma yükü analizinde $L_c = 0.7L$ konumunda meydana gelen çatlağın sistemin burkulma yükünde büyük miktarda düşüşe neden olduğu gözlemlendi.

Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim analizi hazırlanan program ile yapıldı. Sistemin mevcut bilgileri programa girilerek doğal frekans değerleri ve bu değerlere karşılık gelen doğal vektör değerleri elde edilmiştir. Bu değerler sonraki adımlarda karşılaştırma için kullanılmıştır.

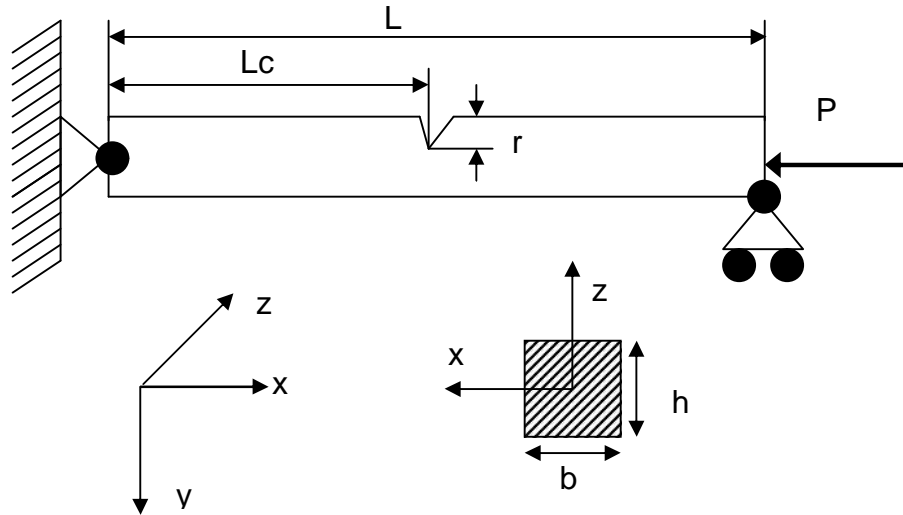
Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim analizinde yine hazırlanan program kullanılmıştır. Şekil 4.17. incelendiğinde, aynı çatlak oranına sahip farklı çatlak yerleri için 1. doğal frekans değerlerinin farklı olduğu görülmekte. Aynı zamanda da çatlak oranı arttıkça doğal frekans değerlerinde önemli ölçüde düşme görülmekte. Çatlağın ankastre mesnetten en uzak olduğu nokta ve çatlak oranının en büyük olduğu anda 1. doğal frekansta büyük bir düşüş olduğu gözlemlendi. Şekil 4.18. incelendiğinde ise çatlağın ankastre mesnetten en uzak noktada olduğu ve çatlak miktarının en büyük değerinde frekanstaki düşme miktarı 1. doğal frekansa göre daha küçük olduğu gözlemlendi. Çatlak içeren bir kirişte çatlak ankastre mesnetten uzaklaştıkça ve çatlak oranı arttıkça maksimum frekans düşümleri elde edilmiştir.

Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim analizinde sonuçların elde edilmesi için hazırlanan program kullanılmıştır. Kirişe kritik burkulma yükünden daha az olan 100 000 N' lık bir yük uygulanmıştır. Elde edilen doğal frekans değerlerinin oranları Şekil 4.19. ve Şekil 4.20.'de grafik halinde gösterilmiştir. Bu şekiller (Şekil 4.19. ve

Şekil 4.20.) incelendiğinde, aksenal yükün etkimesi ile çatlakın en küçük oranında 1. doğal frekansın, aksenal yüksüz duruma göre fark edilir derecede düştüğü gözlemlendi. Aksenal yüklü kirişin 1. doğal frekanslarındaki düşme miktarı, aksenal yüksüz kirişin 1. doğal frekanslarındaki düşme miktarından daha fazla olduğu gözlemlendi. 2. doğal frekans değerlerinde ise çok az düşüş meydana geldiği gözlemlendi. Bütün bu sonuçlar ışığında, kusurlu yapıların dinamik karakteristikleri (doğal frekans ve vektör) gözden geçirilerek yapıda bir kusurun oluşup oluşmadığının önceden tespit edilebileceği gösterilmiştir. Birinci ve ikinci doğal frekanslara karşılık gelen doğal vektörler karşılaştırıldığında (Şekil 4.21., Şekil 4.22., Şekil 4.23., Şekil 4.24., Şekil 4.25., Şekil 4.26.) doğal frekanslardaki değişimlere paralel bir değişiklik olduğu gözlemlenmiştir.

4.3. Her İki Ucu Mafsallı Kiriş

Şekil 4.27.'deki gibi her iki ucu mafsallı kirişe ait burkulma ve titreşim problemlerinin sonuçları hazırlanan program ile bulunmuştur. Kullanılacak olan malzemeye ait geometrik özellikler; $L = 3000$ mm, $h = 200$ mm, $b = 200$ mm, ve elastisite modülü $E = 20$ GPa' dır. Bu çalışmada sadece elastik burkulma ($n > n_{kr}$) durumu göz önüne alınarak problemler analiz edilmiştir



Şekil 4.27. Tek çatlak içeren ve aksenal yük altında olan her iki ucu mafsallı kiriş

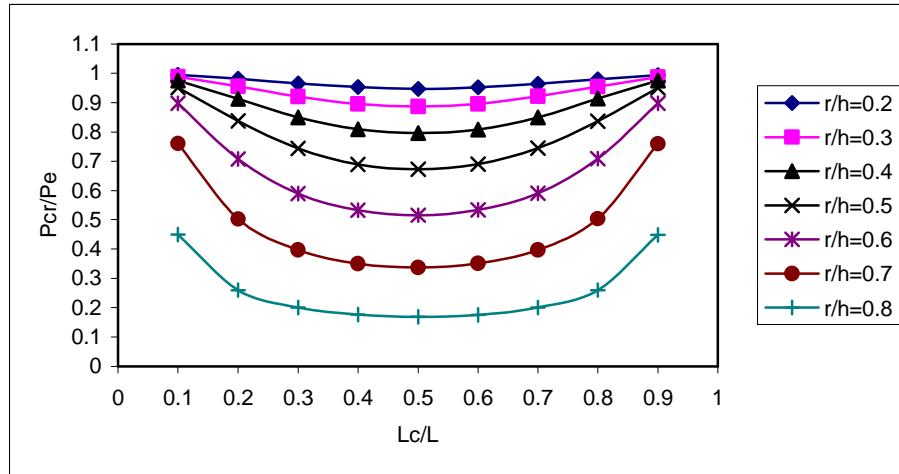
4.3.1. Burkulma probleminin analitik çözümü

Bu çalışmada sadece elastik burkulma ($n > n_{kr}$) durumu göz önüne alındığından, çatlaksız kiriş için kritik burkulma yükü (3.8) denklemiyle aşağıdaki gibi hesaplanmıştır;

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{(\pi)^2 \times 20 \times 10^9 \times 13.33 \times 10^{-5}}{3^2} = 2\,923\,596 \text{ N} \quad (4.11)$$

4.3.2. Burkulma yükü probleminin hazırlanan program ile çözümü

Uygulamada verilen mekanik ve geometrik özelliklere sahip çatlak içermeyen kiriş için burkulma yükü hazırlanan program ile $P_{\text{prog}} = 2\,924\,327 \text{ N}$ olarak hesaplanmıştır. Şekil 4.27.'de verilen sisteme ait kritik burkulma yükleri değişik çatlak boyu ve çatlak yeri için hazırlanan program ile hesaplanmıştır. Sisteme ait kritik burkulma yükünün çatlak içermeyen kirişe ait Euler burkulma yüküne oranı ile çatlak konumunun değişik çatlak derinlikleriyle değişimini gösteren grafikler Şekil 4.28.'deki gibi çizilmiştir.



Şekil 4.28. Her iki ucu mafsallı kiriş için çatlak derinliği ve çatlak konumuna bağlı olarak birinci kritik burkulma yükünün Euler burkulma yüküne göre değişimi

4.3.3. Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü

Şekil 4.27.'deki gibi verilen her iki ucu mafsallı kirişin çatlaksız ve eksenel yüksüz durumundaki doğal frekansları ve doğal vektörleri hazırlanan program ile bulunmuştur. Bu değerler Çizelge 4.9. ve Çizelge 4.10.'da gösterilmiştir.

Çizelge 4.9. Her iki ucu mafsallı çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal frekans değerleri (Hz)

1. Doğal frekans	2. Doğal frekans
100.3797	395.6800

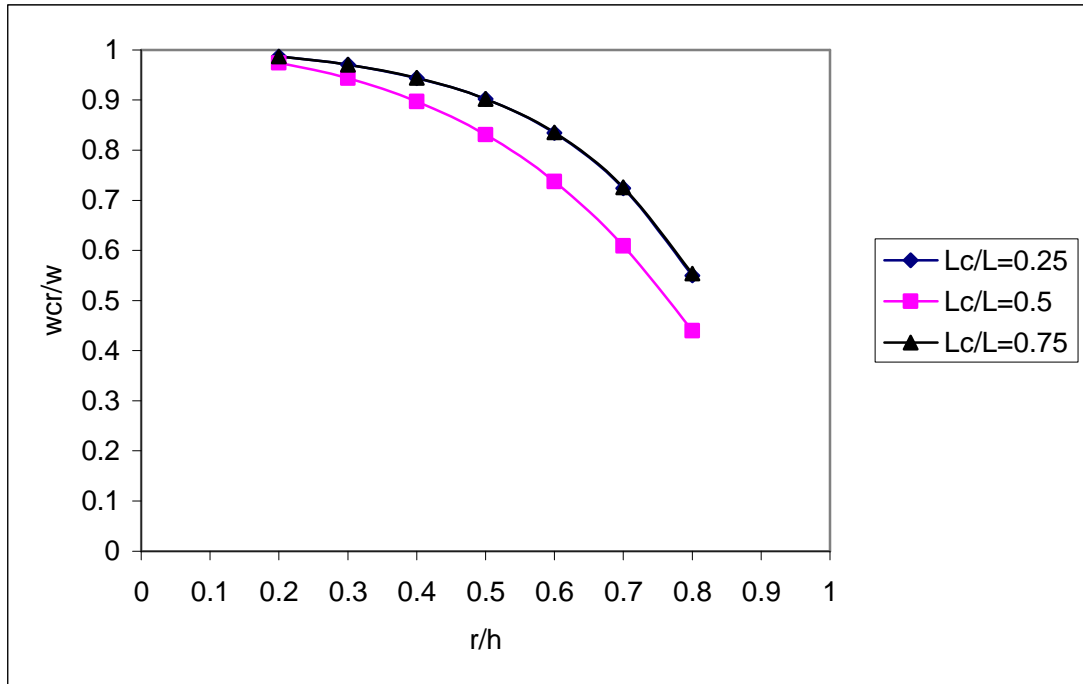
Çizelge 4.10. Her iki ucu mafsallı çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin doğal vektör değerleri

1. Doğal vektörler	2. Doğal vektörler
0	0
0.3262E-01	0.4684E-01
0.4613E-01	0.1181E-02
0.3262E-01	-0.4684E-01
0	0

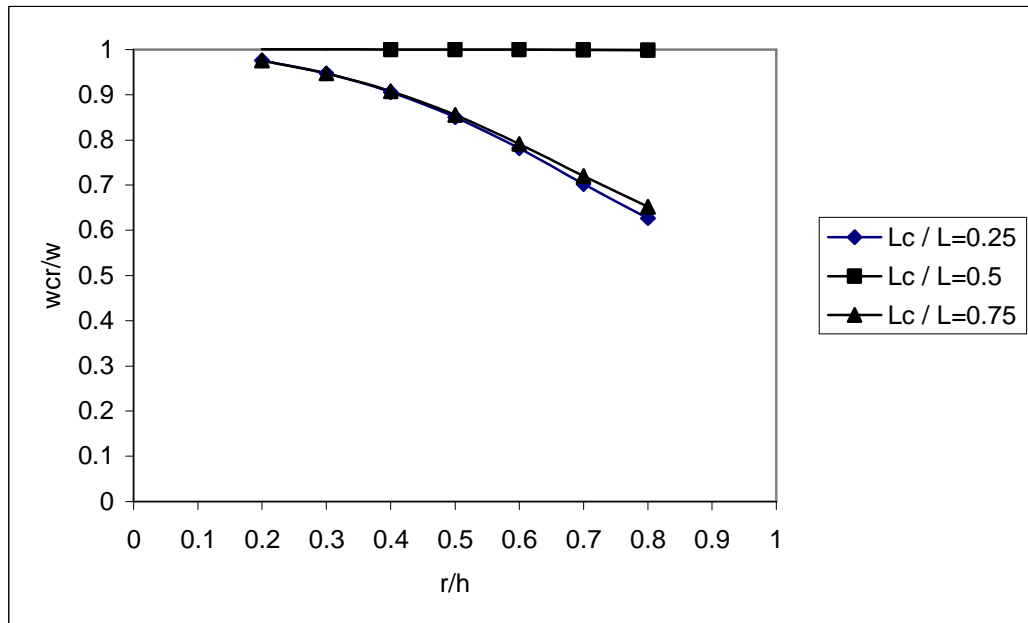
bulunan bu değerler daha sonraki bölümlerde karşılaştırma için kullanılmıştır.

4.3.4. Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim probleminin programla çözümü

Hazırlanan program ile sistemin doğal frekans ve doğal vektör değerleri çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliklerine göre hesaplanmıştır. Daha sonra her bir doğal frekans değeri için, çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı grafikler (Şekil 4.29. ve Şekil 4.30.) oluşturulmuştur.



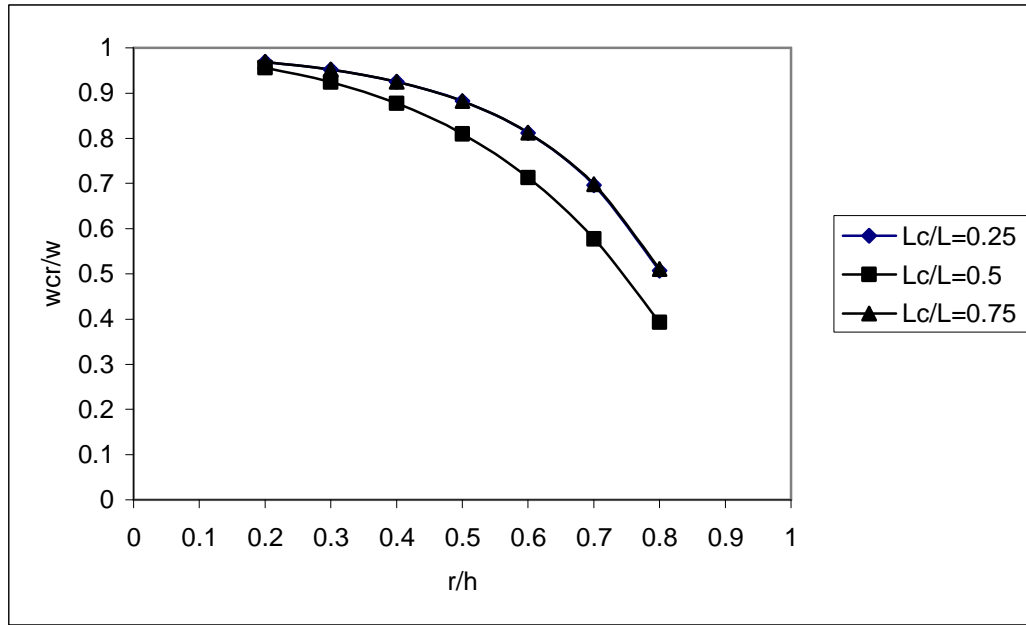
Şekil 4.29. Her iki ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve aksenal yüksüz durumda 1. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi



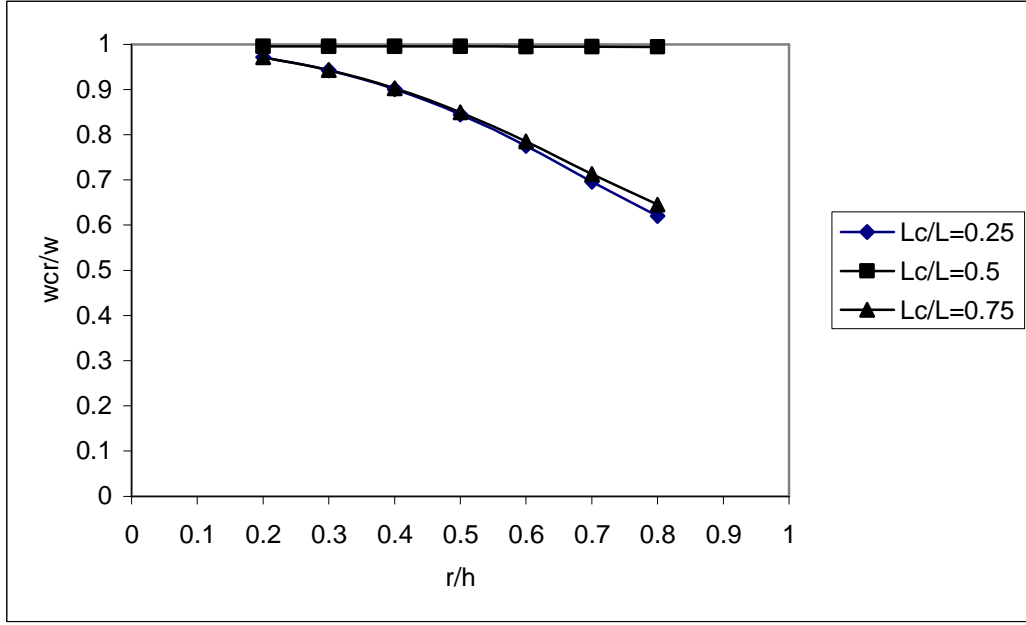
Şekil 4.30. Her iki ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve aksenal yüksüz durumda 2. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı değişimi

4.3.5. Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim probleminin programla çözümü

Şekil 4.27.'de görülen her iki ucu mafsallı çatlaklı kirişe 100 000 N'lık bir eksenel yük ile uygulanmıştır. Sistemin mekanik ve geometrik özelliklerinden faydalanılarak bu sistem için doğal frekans değerleri hazırlanan program ile bulunmuştur. Bulunan bu değerler çeşitli çatlak yeri ve çatlak oranına bağlı grafikler (Şekil 4.31. ve Şekil 4.32.) olarak gösterilmiştir.



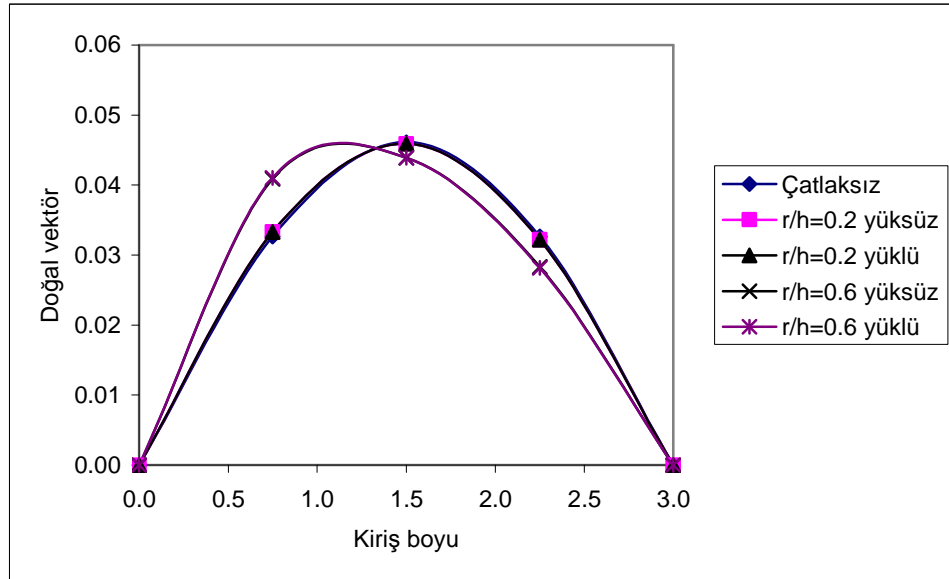
Şekil 4.31. Her iki ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve eksenel yüklü durumda 1. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliği oranına bağlı değişimi



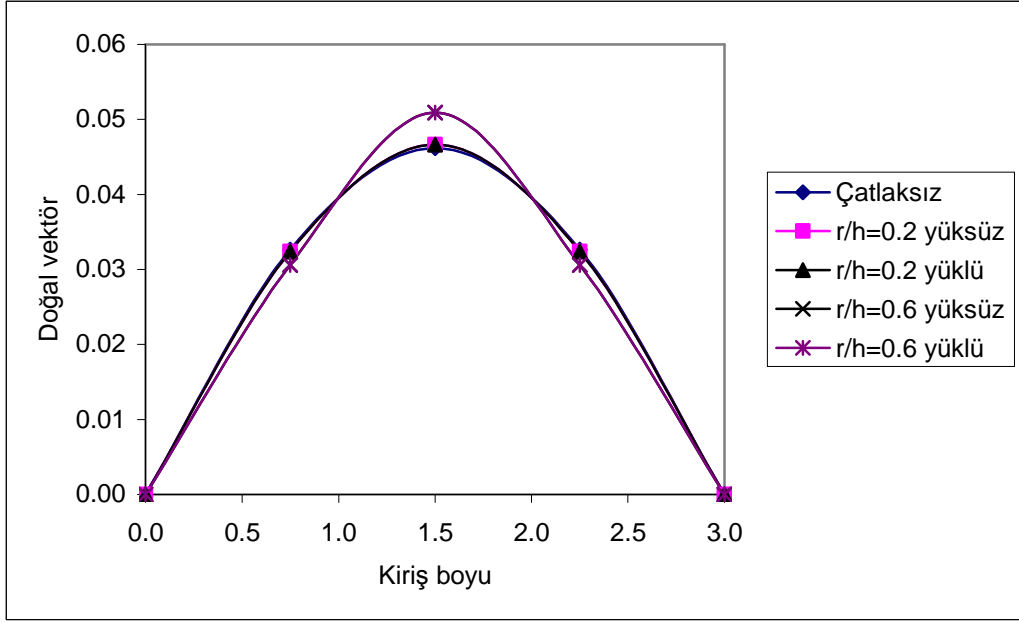
Şekil 4.32. Her iki ucu mafsallı kiriş için çatlaklı ve aksenal yüklü durumda 2. doğal frekans değerinin çeşitli çatlak yeri ve çatlak derinliği oranına bağlı değişimi

4.3.6. Sisteme ait doğal vektörlerin karşılaştırılması

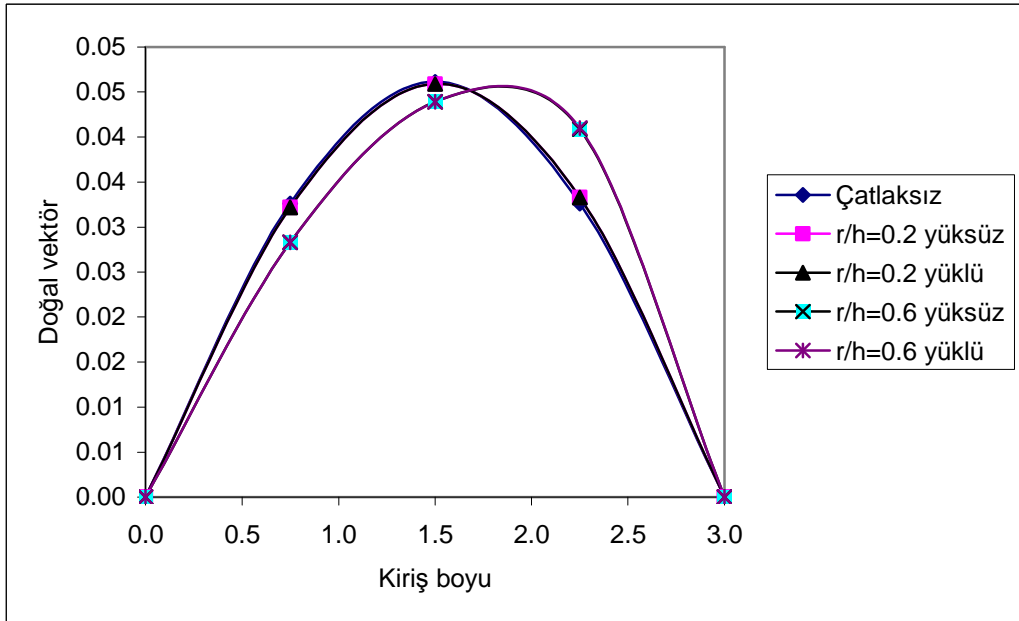
Her iki ucu mafsallı kirişin çatlaksız, yüksüz ve aksenal yüklü durumlarında elde edilen birinci ve ikinci doğal vektörlerin kiriş boyuna ve değişik çatlak oranına bağlı değişimleri Şekil 4.33., Şekil 4.34., Şekil 4.35., Şekil 4.36., Şekil 4.37. ve Şekil 4.38.'de gösterilmiştir.



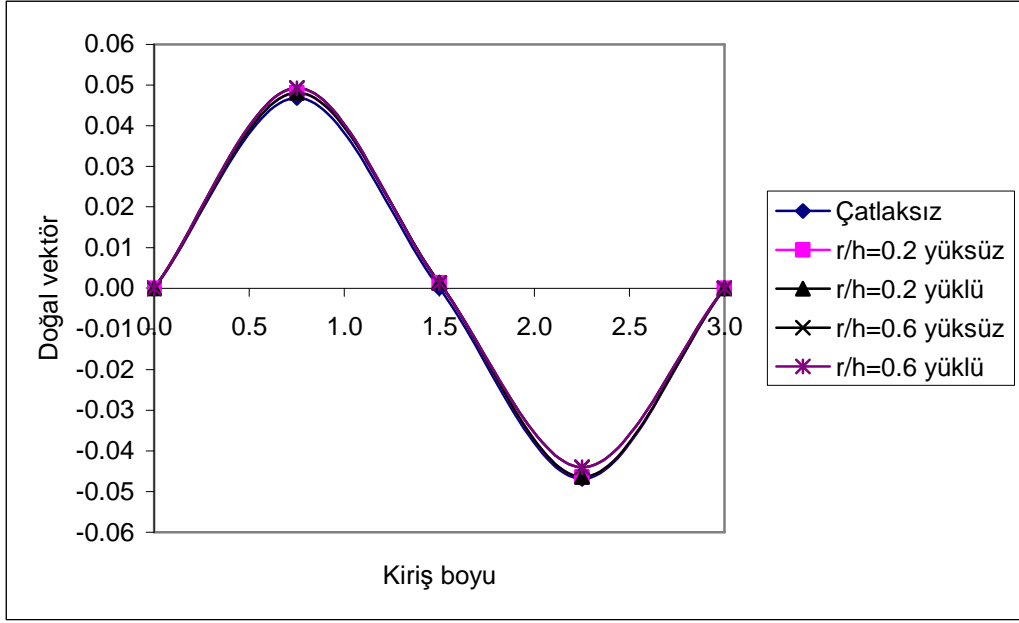
Şekil 4.33. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



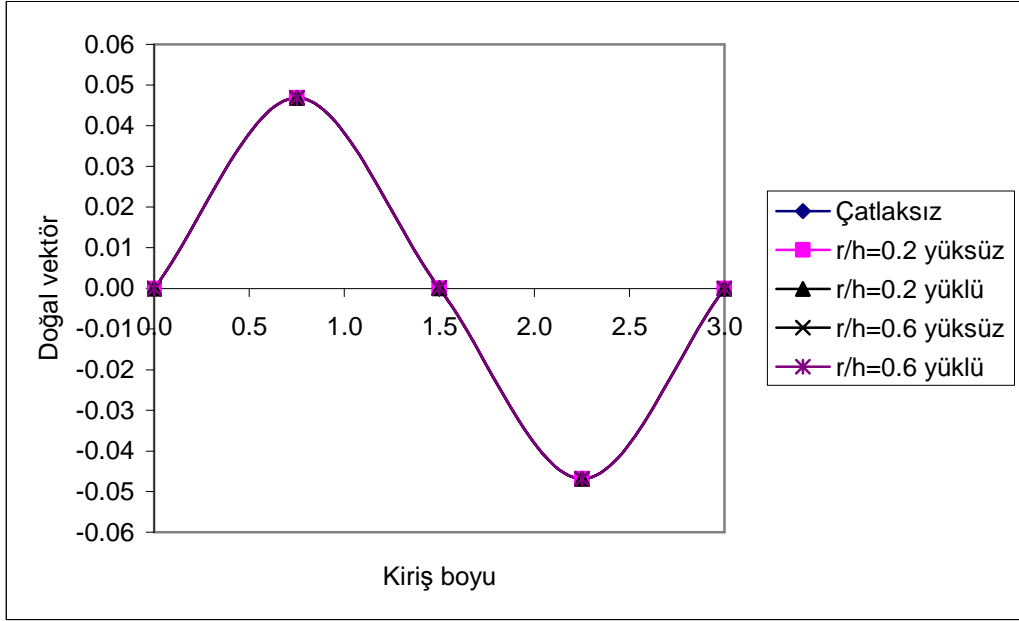
Şekil 4.34. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



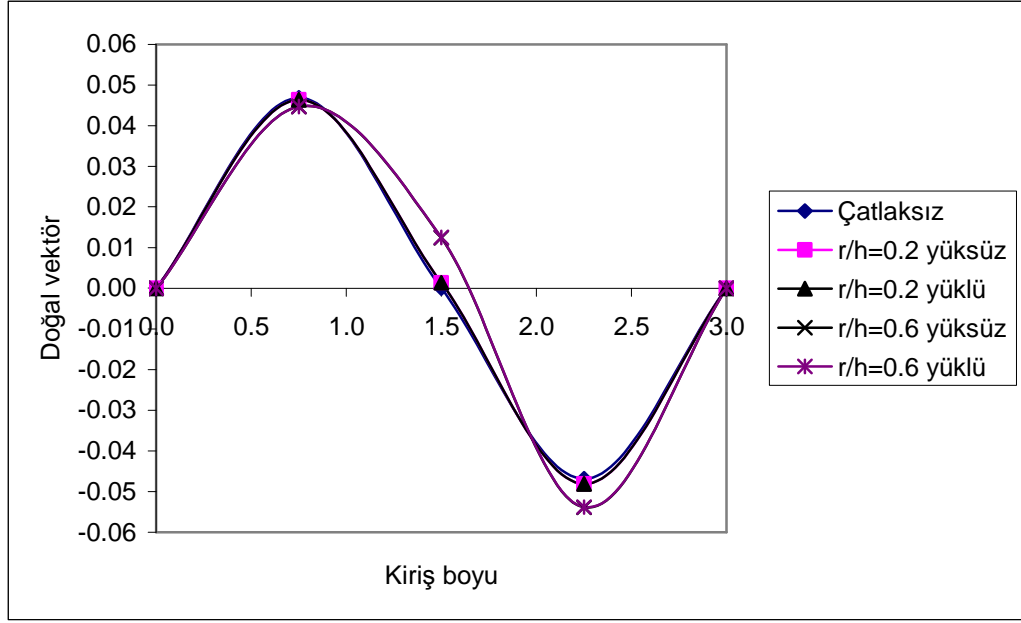
Şekil 4.35. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 1. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.36. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.25$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.37. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.50$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi



Şekil 4.38. Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c/L=0.75$, $r/h=0.2$ ve $r/h=0.6$ değerleri için çatlaksız, yüksüz ve yüklü durumdaki 2. doğal vektörlerin kiriş boyuna göre değişimi

4.3.7. Bulgular

Mekanik ve geometrik özellikleriyle Şekil 4.27.'deki gibi verilen her iki ucu mafsallı kiriş için, çatlaksız durumda kritik burkulma yükü, çatlaklı durumda kritik burkulma yükü, çatlaksız durumda titreşim analizi, çatlaklı ve eksenel yüksüz durumda titreşim analizi ve son olarak hem çatlaklı hemde eksenel yük altında olan kirişin titreşim analizi hazırlanan program ile yapılmıştır.

Çatlaksız kirişin kritik burkulma yükü analizinde Euler formülü ile kullanılan program sonuçları arasında % 0.02 gibi gayet küçük bir fark gözlemlendi.

Çatlaklı kirişin kritik burkulma yükü analizinde $L_c = 0.5L$ konumunda meydana gelen çatlağın sistemin burkulma yükünde büyük miktarda düşüşe neden olduğu gözlemlendi.

Çatlaksız ve eksenel yüksüz kirişin titreşim analizi hazırlanan program ile yapılmıştır. Sistemin mevcut bilgileri programa girilerek doğal frekans değerleri ve bu değerlere karşılık gelen doğal vektör değerleri elde edilmiştir. Bu değerler sonraki

adımlarda karşılaştırma için kullanılmıştır.

Çatlaklı ve eksenel yüksüz kirişin titreşim analizinde yine hazırlanan program kullanılmıştır. Şekil 4.29. incelendiğinde, aynı çatlak oranına sahip farklı çatlak yerleri için 1. doğal frekans değerlerinin farklı olduğu görülmüştür. Aynı zamanda da çatlak oranı arttıkça doğal frekans değerlerinde önemli ölçüde düşme görülmüştür. Çatlak yerinin her iki mesnet noktasına yakın olduğu yerlerde frekans düşümlerinin yaklaşık olarak aynı olduğu gözlemlendi. Birinci doğal frekans değerleri ikinci doğal frekans değerlerine nazaran daha fazla düştüğü gözlemlendi.

Çatlaklı ve eksenel yüklü kirişin titreşim analizinde sonuçların elde edilmesi için hazırlanan program kullanılmıştır. Kirişe kritik burkulma yükünden daha az olan 100 000 N' lık bir yük uygulanmıştır. Eksenel yük uygulandığında birinci ve ikinci doğal frekanslarda eksenel yüksüz duruma göre çok küçük düşüş olduğu gözlemlendi. Birinci ve ikinci doğal frekanslara karşılık gelen doğal vektörler karşılaştırıldığında (Şekil 4.33., Şekil 4.34., Şekil 4.35., Şekil 4.36., Şekil 4.37., Şekil 4.38.) doğal frekanslardaki değişimlere paralel bir değişiklik olduğu gözlemlendi.

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

5.1. Sonuçlar

Yapılan bu çalışmanın ardından aşağıdaki maddelerde belirtilen sonuçlar elde edildi.

- Değişik sınır şartlarına sahip tek çatlak içeren ve eksenel yük etkisi altında bulunan kirişlerin titreşim analizinde sonlu elemanlar yönteminin basit ve kolay uygulanabilen bir yöntem olduğu ve hazırlanan programın güvenilir sonuçlar verdiği,
- Çatlağın kirişlerin doğal frekans değerleri ve burkulma yükleri üzerindeki etkilerinin, çatlağın derinliği ve konumuna bağlı olduğu,
- Çatlak konumunun sınır şartlarına bağlı olarak değişik etkiler oluşturduğu,
- Eksenel yükün sabit kaldığı ve çatlak oranının değiştiği durumlarda eğilme momentinin en büyük olduğu bölgelerdeki çatlağın doğal frekans değerlerinde maksimum düşüşe neden olduğu,
- Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişlerde sabit çatlak derinliğinde, ankastre mesnete yakın bölgelerde bulunan çatlakların sistemin doğal frekanslarında daha büyük miktarda düşüşlere neden olduğu,
- Bir ucu ankastre diğer ucu mafsallı kirişte $L_c = 0.35 L$ konumunda meydana gelen çatlağın sistemin burkulma yükünde büyük miktarda düşüşe neden olduğu,
- Bir ucu ankastre diğer ucu serbest kirişte $L_c = 0.32 L$ konumunda meydana gelen çatlağın, kirişin eksenel yüklü ve yüksüz durumlarında birinci doğal frekansta yok denecek miktarda düşüme neden olduğu,
- Her iki ucu mafsallı kirişte kirişin tam orta noktasında meydana gelen çatlağın sistemin dinamik karakteristiklerinde (doğal frekans ve vektör) maksimum düşüşe neden olduğu ayrıca mafsal noktalarına yakın bölgelerde meydana gelen çatlağın sistemin dinamik ve stabilite davranışı üzerinde ihmal edilebilecek kadar küçük etkilere sahip olduğu,

- Çatlak içeren bir konsol kirişte çatlağın ankastre mesnede yakın olduğu ve çatlak oranının arttığı durumlarda maksimum frekans düşümlerinin elde edildiği,
- Bir ucu ankastre diğer ucu serbest olan çatlaklı kirişte eksenel yük uygulanması durumunda doğal frekans değerlerinde önemli ölçüde bir düşüşün meydana geldiği,
- Her iki ucu mafsallı kirişte $L_c = 0.5 L$ de iken, kirişin eksenel yüklü ve yüksüz durumunda ikinci doğal frekansında yok denecek kadar az düşüm meydana geldiği,
- Her iki ucu mafsallı kirişte birinci doğal frekans değerlerinin eksenel yüksüz durum ile eksenel yüklü durumu arasında frekans düşümü bakımından kayda değer bir değişimin olmadığı,
- Eksenel yükün her türlü durumda kirişin doğal frekansında bir azalma meydana getirdiği tespit edildi.

5.2. Öneriler

- Güvenirliği gösterilen yöntem çok çatlaklı ve eksenel yüklü kirişler için geliştirilebilir,
- Hazırlanan metot farklı kesitler için geliştirilebilir,
- Elastik zemin gibi değişik sınır şartlarına sahip çubuklar için analiz yapılarak sonuçlar karşılaştırılabilir.
- Önerilen metot kademeli kirişlere uygulanabilir.
- Çalışma kompozit kirişlere de uygulanabilecek şekilde geliştirilebilir.
- Bu çalışmada titreşim halinde çatlağın kapanmadığı varsayılmıştır. Kapanan çatlak modeli ile önerilen yöntem genişletilebilir.

KAYNAKLAR

- ANIFANTIS, N., and DIMAROGONAS, A., 1983. Stability of columns with a single crack subjected to follower and vertical loads. *Solid Structures*, 19(3): 281-372.
- ARI-GUR, J., and ELISHAKOFF, I., 1990. The effect of shear deformation on Buckling of columns with overhang. *Sound Vibration*, 139(4): 165-174.
- BAKIOĞLU, M., ENGİN, H., ve KADIOĞLU, N., 2000. *Mukavemet Problemleri*. Beta Basım A. Ş., İstanbul, 305s.
- BİNİCİ, B., 2005. Vibration of Beams With Multiple Open Cracks Subjected to Axial Force, *Journal of Sound and Vibration*, 287: 277-295.
- CHAJES, A., 1974. *Principles of Structural Stability Theory*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 132p.
- CHONDROS, T.G., DIMAROGONAS, A.D., 1979. A Continuous Cracked Beam Vibration Theory, *Journal of Sound and Vibration*, 215 (1), 17-34
- DARÍO, J., 2007. Static and Dynamic Stability of Uniform Shear Beam-Columns Under Generalized Boundary Conditions, *Journal of Sound and Vibration*, 307: 69-88.
- EULER, L. 1744. *Methodus Inveniendi Lineas Curvas Maximi Minimive Proprietate Gaudentas*. Appendix, *De Curvis Elastius*, Marcum Michaelen Bosquet, Lausanne, 85p.
- GUREL, M.A., and KISA, M., 2005. Buckling of Slender Prismatic Columns with a Single Edge Crack under Concentric Vertical Loads, *Turkish J. Eng. Env. Sci.*, 29: 185 – 193.
- GOMEZ, A., SILVIA, J.M., 1990. Experimental Determination of the Influence of the Cross-Section Size in the Dynamic Behaviour of Cracked Beams, *Proc. IMMDC2*, Los Angeles, U.S.A., pp.124-130
- IBRAHİM, F.K., 1995. Matrix Analysis of Stability Behavior of Cracked Columns *J. Struct. Eng.*, 21(4): 257-266.
- IRWIN, G., 1960. *Fracture Mechanics*, *Structural Mechanics*, Editors J.N. Goodier and N. J. Hoff, Pergamon Pres, New York. 368p.

- IYENGAR, NGR., 1988. Structural Stability of Columns and Plates. John Wiley and Sons, New York, 256p.
- KARAGÜLLE, H., and KIRAL, Z., 2007. Hareketli Yük Etkisindeki Sistemlerin Titreşim Analizi, Dokuz Eylül Üniversitesi. Pn. 02.kb.fen.063
- KAYAN, İ., 1987. Cisimlerin Mukavemeti. İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul, 732s.
- KIM, KH., and KIM, JH., 2000. Effect of a Crack on the Dynamic Stability of a Free-Free Beam Subjected to a Follower Force. Journal of Sound and Vibration, 233(1): 119-135.
- KISA, M., 2004. Free Vibration Analysis of a Cantilever Composite Beam with Multiple Cracks. Composites Science and Technology, 64(9): 1391-1402.
- KISA, M., and BRANDON, J.A., 1997. A Numerical Study of The Dynamics of a Cracked Beam. Sixth International Conference. Recent Advances in Structural Dynamics, Southampton, 1: 811-821.
- KISA, M., and BRANDON, J., 2000. The Effects of Closure of Cracks on the Dynamics of a Cracked Cantilever Beam. Journal of Sound and Vibration, 238(1): 1-18.
- KISA, M., and BRANDON, J.A., 2000. Free Vibration Analysis of Multiple Open Edge Cracked Beams by Component Mode Synthesis. Structural Engineering and Mechanics, 10(1): 81-92.
- KISA, M., BRANDON, J., and TOPÇU, M., 1998. Free Vibration Analysis of Cracked Beams by a Combination of Finite Elements and Component Mode Synthesis Methods. Computers and Structures, 67(4): 215-223.
- KISA, M., ve GUREL, M.A., 2000. Kusurlu Yapılarda Çatlaktan Dolayı Meydana Gelen Direngenliğin Bulunması ve Bilgisayar Programı, Malzeme 2000 8. Denizli Malzeme Sempozyumu, pp192-203, Denizli.
- KISA, M., and GUREL, M.A., 2005. Modal Analysis of Cracked Cantilever Composite Beams. Structural Engineering and Mechanics, 20(2): 143-160.
- KISHEN, J.M., and KUMAR, A., 2004. Finite Element Analysis for Fracture Behavior of Cracked Beam-Columns. Finite Element in Analysis and Design, 40(2004): 1773-1789.
- KÖKSAL, T., ve KÖKSAL, E., 1996. Çubuk Plak Kabuk Stabilitesi. Yıldız Teknik

Üniversitesi Matbaası, İstanbul, 455s.

- LI, Q.S., CAO, H., and LI GQ., 1995. Stability Analysis of Bars with Varying Cross Section. *Solids Structures*, 32(21): 3217-3245.
- LI, QS., CAO, H., LI GQ., 1994. Stability Analysis of a Bar with Multi-segment Varying Cross-section. *Computure Structures*, 35(5):1085-1094.
- LIANG, RH., HU, J., and CHOY, F., 1992. Theoretical study of crack-induced eigenfrequency changes on beam structures. *Engineering Mechanics*, 118(2): 384-480.
- LIEBOWITZ, H., VANDERVELDT, H., and HARRIS, D.W., 1967. Carrying Capacity of Notched Columns. *Int. J. Solids Structures*, 3: 489–500.
- LIEBOWITZ, H. & CLAUSS, W.D. 1968. Failure of Notched Columns. *Eng. Fract. Mech.*, 1: 379-383.
- LIU, Y., 1997. Introduction to Finite Element Method. <http://urbana.mie.uc.edu/yliu/FEM-525/FEM-525.htm>
- MASOUD, S., JARRAH, M.A., and AL-MAAMORY, M., 1997. Effect Of Crack Depth on the Naturel Frequency of a Prestressed Fixed Fixed Beam, *Journal of Sound and Vibration*, 214(2): 201-212.
- MARZANI, A., and VIOLA, E., 2003. Effect of Boundary Conditions on The Stability of Beams Under Conservative and Non-Conservative Forces. *Structural Engineering and Mechanics*, 16(2):195 – 217
- MEİ, C., KARPENKO, Y., MOODY, S., and ALLEN, D., 2005. Analytical approach to Free and Forced Vibrations of Axially Loaded Cracked Timeshenko Beams
- MERMERTAŞ, V., and EROL, H., 2001. Effect of Mass Attachment on the Free Vibration of Cracked Beam, *The 8 th International Congress on Sound and Vibration*, Hong Kong, China, July pp.2-6.
- ORHAN, S., 2007. Analysis of Free and Forced Vibration of a Cracked Cantilever Beam, *NDT&E International*, 40: 443-450.
- PAPADOPOULUS, C.A., and DIMAROGONAS, A.D., 1987. Coupled Longitudinaland Bending Vibrations of a Rotating Shaft with an Open Crack. *Journal of Sound and Vibration*, 117(1): 81-93.
- POPOV, E.P., 1990. *Mukavemet. Çağlayan Basımevi, İstanbul, 662s.*

- SAOUMA, V.E., 1999. Finite Element Analysis of Frames. <http://ceae.colorado.edu/~saouma/Lecture-Notes/lecmat.pdf>.
- SHIFRIN, EI., and RUOTOLO, R., 1999. Naturel frequencies of a beam with an arbitrary number of cracks. *Sound Vibration*, 222(3):409-432.
- SMITH, I.M., and GRIFFITHS, D.V., 1988. *Programming The Finite Element*. Thomson Press Limited, New Delhi, 467p
- TADA, H., PARIS, P.C., and IRWIN, G.R., 2000. *The Stress Analysis of Cracks Handbook, Second Edition*, Paris Production Incorporated and Del Research Corporation, St Louis, Missouri, 696p.
- TAKASHI, I., 1998. Vibration and Stability of Non-uniform Cracked Timoshenko Beam Subjected to Follower Force. *Computers and Structures*, 71: 585-591.
- TOPÇU, M., ve TAŞGETİREN, S., 1998. *Mühendisler İçin Sonlu Elemanlar Metodu*. Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Matbaası, Denizli, 289s.
- OKAMURA, H., LIU, H.W., and CHU, C.S., 1969. A Cracked Column Under Compression. *Eng. Fract. Mech.*, 1: 547-564.
- OZEN, M., KISA, M., DENİZ, M.E., and GUREL, M.A., 2006. Effects of Cracks on the Stability Behavior of Structures. *Proc. 5th GAP Engineering Congress (with international participation)*, pp. 311-317, Sanliurfa.
- OZEN, M., DENİZ, M.E., KISA, M., and GUREL, M.A., 2005. Stability analysis of cracked columns. *Proc. 7th International Fracture Conference*, pp. 233-243, Kocaeli.
- OZEN, M., 2007. *Kusurlu Yapılarda Burkulma ve Titreşim Probleminin Nümerik Analizi*, Yüksek Lisans Tezi, Şanlıurfa, 89p.
- UĞUZ, A., 1996. *Kırılma Mekaniğine Giriş*, Uludağ üniversitesi Basımevi, Bursa, 160s.
- VIOLA, E., RICCI, P., and ALIABADI, M.H., 2007. Free Vibration Analysis of Axially Loaded Cracked Timoshenko Beam Structures Using the Dynamic Stiffness Method, *Journal of Sound and Vibration*, 304: 124-153.
- ZHENG, D.Y., and FAN, S.C., 2001. Natural Frequencies Changes of a Cracked Timoshenko Beam by Modified Fourier Series. *Journal of Sound and Vibration*, 246(2): 297-317.

ZHENG, D.Y., and FAN, S.C., 2001. Natural Frequencies of a Non-uniform Beam with Multiple Cracks Via Modified Fourier Series. *Journal of Sound and Vibration*, 242 (2): 701-717.

ÖZGEÇMİŞ

Konya'nın Akşehir ilçesinde 01.01.1982 tarihinde doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini aynı ilçede tamamladı. 2002 yılında dikey geçiş sınavı ile Harran Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümünü kazandı. 2005 yılı bahar döneminde mezun oldu. 2005 güz döneminde Harran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans yapmaya hak kazandı.

ÖZET

Titreşim analizi makine ve inşaat mühendisliği uygulamalarındaki önemli konulardan biridir. Bir yapıdaki çatlak, onun dinamik ve statik davranışını etkiler. Bir elemandaki çatlak büyüklüğü oranında bölgesel bir esneklik meydana getirir ve sonuçta yapının davranışını etkiler. Önemine binaen yapıda bulunan çatlağın, sistemin dinamik davranışına olan etkileri konusu son zamanlarda çok ilgi çekmiştir. Bundan dolayı literatürde çatlaklı yapılar hakkında birçok araştırma yayınları bulunmaktadır. Bunun yanında bu projenin çalışma konusu olan eksenel yük etkisindeki çatlaklı kirişlerin dinamik davranışı üzerine oldukça az çalışma yapılmıştır.

Çatlaklı yapıların davranışlarını analiz etmek için gerilme yığılma faktörünün incelenmesi gerekir. Gerilme yığılma faktörleri nümerik veya analitik olarak bulunabilir. Bu çalışmada sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. Çatlaktan dolayı meydana gelen direngenlik matrisi lineer elastik kırılma mekaniği prensipleriyle bulunan esneklik matrisinin tersi alınarak elde edilmiştir. Elde edilen direngenlik matrisi, sonlu elemanlar metodu ile hazırlanan, titreşim ve burkulma analizleri için geliştirilen bir programa entegre edilmiştir. Burkulma analizi ile kirişlere ait kritik burkulma yükleri tespit edilmiş ve daha sonra eksenel yüklü çatlaklı kirişlerin serbest titreşim analizi yapılmıştır. Son olarak, çatlak yeri, çatlak oranı ve uygulanan eksenel yükün, kirişin dinamik karakteristiklerine olan etkileri nümerik olarak incelenmiştir. Bu çalışma sonucunda elde edilen sonuçlarla literatürdeki sonuçlar karşılaştırılarak önerilen metodun basit, verimli ve güvenilir olduğu gösterilmiştir. Ayrıca, çatlaklı kirişlerin dinamik parametreleri sürekli kontrol edilerek yapıdaki çatlağın tespit edilebileceği sonucuna ulaşılmıştır.

SUMMARY

Vibration analysis is an important subject in the mechanical and civil engineering applications. The crack found in structures influences the dynamic and static behavior of the systems. The existence of crack in a structural member introduces local flexibility which is a function of crack depth, and consequently affects the dynamic behaviour of the cracked member. The effect of cracks on the dynamic behaviour of beams has received much attention because of its importance. Hence, in the literature, there have been many research papers about the vibration analysis of cracked beams. However, there are few investigations on the vibration analysis of cracked beams subjected to axial loads which is the main subject of the current study.

In the vibration analysis of cracked beams, the investigation of stress intensity factors is very important. The stress intensity factors can be found either analytically or numerically. In the current study, the finite element method is used. Stiffness matrix induced by the crack is computed by taking the inverse of the compliance matrix evaluated by using the linear elastic fracture mechanics principles. This stiffness matrix is integrated to a computer program based on finite element method to analyze the vibration and buckling of cracked beams. By buckling analysis the critical buckling loads are determined and then the free vibration analysis of cracked beams subjected to axial loads is investigated. The effect of crack ratio, crack location and applied load on the vibration characteristics of cracked beam is analyzed numerically. It is shown through the results of current study and those of available research papers in the literature, that the proposed method is simple, efficient and reliable. As a result it is concluded that, by monitoring the changes in the dynamic characteristics of a cracked beam it is possible to identify the cracks.