



**T.C.
HARRAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**TRAPEZ KESİTLİ BETONARME KİRİŞLERİN DENGELİ DONATI
ORANININ FORMÜLASYONU VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE
EĞİLME DAVRANIŞININ ANALİZİ**

HACİ TEKTAŞ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**Şanlıurfa
2026**



**T.C.
HARRAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**TRAPEZ KESİTLİ BETONARME KİRİŞLERİN DENGELİ DONATI
ORANININ FORMÜLASYONU VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE
EĞİLME DAVRANIŞININ ANALİZİ**

HACİ TEKTAŞ

**İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
Tez Danışmanı: Prof. Dr. KASIM MERMERDAŞ**

**Şanlıurfa
2026**

TEŐEKKÜR

Yüksek lisans çalışmamın her aşamasında bilgi, tecrübe ve akademik rehberliğiyle bana yol gösteren, değerli katkılarını esirgemeyen saygıdeğer danışmanım **Prof. Dr. Kasım MERMERDAŞ**'a en içten teşekkürlerimi sunarım. Bu süreç boyunca her zaman yanımda olan, sabır ve anlayışlarıyla bana güç veren sevgili eşime ve oğluma şükranlarımı sunarım.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ŞEKİLLER DİZİNİ	iii
ÇİZELGELER DİZİNİ	iv
SİMGELER	v
KISALTMALAR	vi
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	5
3. GEREÇ VE YÖNTEM	12
3.1. Teorik Çalışma	12
3.1.1. Hesap Esasları	12
3.1.2. Formül Türetilmesi	15
3.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Analiz	18
4. BULGULAR	26
4.1. Teorik Bulgular	26
4.2. Sayısal Analiz Bulguları	28
5. TARTIŞMA	36
6. SONUÇLAR	38
7. ÖNERİLER	39
KAYNAKLAR	40
ÖZGEÇMİŞ	42

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TRAPEZ KESİTLİ BETONARME KİRİŞLERİN DENGELİ DONATI ORANININ FORMÜLASYONU VE SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE EĞİLME DAVRANIŞININ ANALİZİ

HACİ TEKTAŞ

HARRAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Tez Danışman: Prof. Dr. KASIM MERMERDAŞ

Yıl: 2026, Sayfa : 42

Bu çalışmada, yapıların yatay taşıyıcı elemanlarından olan betonarme kirişlerde dengeli donatı oranının önemi ele alınmış ve trapez kesitli betonarme kirişler için dengeli donatı oranı formülü teorik olarak türetilerek doğruluğu sayısal analizler ile incelenmiştir. Daha önce literatürde yer alan dikdörtgen kesitli betonarme kirişlere ait formüllerden yararlanılarak, trapez kesitli betonarme kirişler için dengeli donatı oranı formülü çıkarılmıştır. Elde edilen formüle göre, dengeli donatı oranının malzeme dayanımlarına ve kesitin b_1/b_2 genişlik oranına bağlı olduğu tespit edilmiştir. Türetilen formüller kullanılarak farklı malzeme dayanımları ve kesit genişlik oranları için dengeli donatı oranları tablo hâlinde sunulmuştur. Tablodan, seçilen kesit oranı ve malzeme dayanımlarına göre dengeli donatı oranı belirlenmiştir. Belirlenen bu dengeli donatı oranı esas alınarak dengeli, denge altı ve denge üstü donatı miktarlarına sahip trapez kesitli betonarme kirişlerin sayısal modelleri sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak oluşturulmuştur. Bu modellerin eğilme davranışları sayısal analizler kullanılarak incelenmiştir. Eğilme analizleri sonucunda elde edilen görsellerin incelenmesiyle, dengeli donatı durumunda donatının akma dayanımına ulaşması ile betonun ezilme birim kısalmasına ulaşmasının yaklaşık olarak eş zamanlı gerçekleştiği belirlenmiştir. Denge altı donatı durumunda, donatının akma dayanımına ulaşmasından önemli bir süre sonra betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı tespit edilmiştir. Denge üstü donatı durumunda ise betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı, ancak donatının akma dayanımına ulaşmadığı görülmüştür. Sayısal analizler sonucunda elde edilen veriler kullanılarak, dengeli, denge altı ve denge üstü donatıya sahip kiriş modelleri için moment ve eğrilik değerleri hesaplanmış ve tablo hâlinde sunulmuştur. Elde edilen tablolardan yararlanılarak her bir kiriş modeline ait moment-eğrilik eğrileri oluşturulmuş ve tek bir grafikte sunulmuştur. Moment-eğrilik eğrileri incelendiğinde, dengeli ve denge üstü donatıya sahip kiriş modellerinde gevrek davranışın, denge altı donatıya sahip kiriş modelinde ise sünek davranışın meydana geldiği gözlemlenmiştir. Sonuç olarak, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak gerçekleştirilen eğilme analizleri, elde edilen dengeli donatı oranı formülünü doğrulamıştır.

ANAHTAR KELİMELER: Betonarme Kirişler, Trapez Kesitli Kiriş, Sünek ve Gevrek Kırılma, Dengeli Donatı Oranı, Sonlu Elemanlar Yöntemi

ABSTRACT

MASTER THESIS

FORMULATION OF BALANCED REINFORCEMENT RATIO OF TRAPEZOIDAL SECTION REINFORCED CONCRETE BEAMS AND ANALYSIS OF BENDING BEHAVIOUR BY FINITE ELEMENT METHOD

HACİ TEKTAŞ

HARRAN UNIVERSITY
INSTITUTE OF GRADUATE EDUCATION
DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING

Thesis Supervisor: Prof. Dr. KASIM MERMERDAŞ

Year: 2026, Page : 42

In this study, the importance of the balanced reinforcement ratio in reinforced concrete beams, which are horizontal load-bearing elements of structures, is addressed, and the balanced reinforcement ratio formula for trapezoidal reinforced concrete beams is theoretically derived and its accuracy is examined through numerical analyses. By making use of the formulas of rectangular reinforced concrete beams previously presented in the literature, a balanced reinforcement ratio formula for trapezoidal reinforced concrete beams is derived. According to the obtained formula, it is determined that the balanced reinforcement ratio depends on the material strengths and the section width ratio b_1/b_2 . Using the derived formulas, balanced reinforcement ratios for different material strengths and section width ratios are presented in tabular form. From the table, the balanced reinforcement ratio is determined according to the selected section ratio and material strengths. Based on this determined balanced reinforcement ratio, numerical models of trapezoidal reinforced concrete beams having balanced, under-reinforced, and over-reinforced reinforcement amounts are created using the finite element method. The flexural behaviors of these models are investigated using numerical analyses. By examining the visuals obtained from the flexural analyses, it is determined that, in the balanced reinforcement condition, the reinforcement reaching its yield strength and the concrete reaching its crushing strain occur approximately simultaneously. In the under-reinforced condition, it is determined that the concrete reaches its crushing strain a significant time after the reinforcement reaches its yield strength. In the over-reinforced condition, it is observed that the concrete reaches its crushing strain, but the reinforcement does not reach its yield strength. Using the data obtained from the numerical analyses, moment and curvature values are calculated for beam models with balanced, under-reinforced, and over-reinforced reinforcement, and are presented in tabular form. By making use of the obtained tables, moment–curvature curves for each beam model are generated and presented in a single graph. When the moment–curvature curves are examined, it is observed that brittle behavior occurs in beam models with balanced and over-reinforced reinforcement, while ductile behavior occurs in the beam model with under-reinforced reinforcement. As a result, the flexural analyses performed using the finite element method verify the balanced reinforcement ratio formula obtained.

KEYWORDS: Reinforced Concrete Beams, Trapezoidal Section Beam, Ductile and Brittle Fracture, Balanced Reinforcement Ratio, Finite Element Method

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1.	Yerinde Döküm Trapez Kesitli Köprü Kirişi	1
Şekil 1.2.	Prefabrik Trapez Kirişli Döşeme	2
Şekil 1.3.	Prefabrik Köprü Kirişleri	2
Şekil 3.1.	En kesiti dikdörtgen olan basit donatılı dengeli kiriş	12
Şekil 3.2.	Trapez kesitli basit donatılı dengeli kiriş	15
Şekil 3.3.	Trapez kesitli basit donatılı betonarme kiriş	19
Şekil 3.4.	Abaqus' te çizilmiş trapez kesitli basit donatılı betonarme kiriş	19
Şekil 3.5.	Dengeli donatı' da donatının akma dayanımına ulaştığı andaki durum	21
Şekil 3.6.	Dengeli donatı' da betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı an	21
Şekil 3.7.	Dengeli donatı' da kirişte göçme anında oluşan kalıcı deformasyonlar	22
Şekil 3.8.	Denge altı donatı' da donatının akma dayanımına ulaştığı andaki durum	22
Şekil 3.9.	Denge altı donatı' da betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı an	23
Şekil 3.10.	Denge altı donatı' da kirişte Göçme anında oluşan kalıcı deformasyonlar	23
Şekil 3.11.	Denge üstü donatı' da Donatının maksimum gerilmeye ulaştığı an	24
Şekil 3.12.	Denge üstü donatı' da betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı an	24
Şekil 3.13.	Denge üstü donatı' da kirişte Göçme anında oluşan kalıcı deformasyonlar	25
Şekil 4.1.	ρ_b Grafiği	28
Şekil 4.2.	K_b Grafiği	28
Şekil 4.3.	Moment-Eğrilik Analizi İçin Kesit Davranış Diyagramı	29
Şekil 4.4.	Moment-Eğrilik İlişkisi	35

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1.	CDP Modeline Ait Bilgiler	20
Çizelge 3.2.	Donatı Çeliğinin Özellikleri	20
Çizelge 4.1.	Trapez kesitli kirişlere ait dengeli değerler	26
Çizelge 4.2.	Trapez kesitli kirişlere ait dengeli değerler	27
Çizelge 4.3.	Dengeli Donatı Moment-Eğrilik Hesabı	29
Çizelge 4.4.	Dengeli Donatı Moment-Eğrilik Hesabı	30
Çizelge 4.5.	Denge Altı Donatı Moment-Eğrilik Hesabı	30
Çizelge 4.6.	Denge Altı Donatı Moment-Eğrilik Hesabı	31
Çizelge 4.7.	Denge Altı Donatı Moment-Eğrilik Hesabı	32
Çizelge 4.8.	Denge Üstü Donatı Moment-Eğrilik Hesabı	33
Çizelge 4.9.	Denge Üstü Donatı Moment-Eğrilik Hesabı	34

SİMGELER

Asb	Dengeli donatı kesit alanı
b1	Trapez kesit üst genişlik
b2	Trapez kesitin çekme donatısı eksenindeki genişliği
b3	Trapez kesit alt genişlik
bw	Dikdörtgen kesit genişlik
cb	Dengeli durumda basınç bölgesi yüksekliği
d	Faydalı yükseklik
Es	Çelik Elastisite modülü
Fcb	Dengeli durumda beton basınç gerilmelerinin oluşturduğu bileşke kuvvet
fcđ	Beton hesap basınç dayanımı
fck	Beton karakteristik basınç dayanımı
Fsb	Dengeli durumda donatı çekme gerilmelerinin oluşturduğu kuvvet
fyđ	Donatı hesap akma dayanımı
h	Yükseklik
jb	Dengeli durumda moment kolu katsayısı
k1	Eş değer dikdörtgen gerilme bloğunun yükseklik kat sayısı
Kb	Dengeli durumda fiziksel anlamı olmayan bir parametre
m	Eğim
Mb	Dengeli durumda moment
yG	Beton basınç gerilmelerinin oluştuğu şeklin ağırlık merkezinden en dış basınç lifine olan mesafe
pb	Dengeli donatı oranı
φ	Eğrilik
εcu	Beton ezilme birim kısalması
esy	Donatı akma birim uzaması

KISALTMALAR

C3D8R	3 boyutlu, 8 düğümlü, azaltılmış integrasyonlu katı eleman
CDP	Betonun çekme ve basınç altındaki plastik davranışı ile hasar etkilerini birlikte tanımlayan beton hasar plastikliği modeli
LE11	Gerinim tensöründeki 1-1 bileşeni Yani x yönündeki gerinim (Abaqus)
LE33	Gerinim tensöründeki 3-3 bileşeni Yani z yönündeki gerinim (Abaqus)
PE33	Gerinim tensöründeki 3-3 bileşeni Yani z yönündeki plastik gerinim (Abaqus)
S11	Gerilme tensörünün 1-1 bileşeni; x yönündeki normal gerilme değeri (Abaqus)
T3D2	3 boyutlu, 2 düğümlü, yalnızca aksenal yük taşıyan çubuk eleman
TBDY	Türkiye bina deprem yönetmeliği

1. GİRİŞ

Betonarme kirişler, taşıyıcı sistem içerisinde döşemelerden gelen yükleri kolonlar vasıtasıyla temele ileten yatay taşıyıcı elemanlardır. Bunun yanı sıra, kolonları birbirine bağlayarak yapısal sistemin rijitliğini artıran taşıyıcı çerçevenin oluşumuna katkı sağlamaktadırlar. Kirişler, farklı kesit geometrilerine sahip olup, çoğunlukla eğilme momentine maruz kalmaktadır. Bununla birlikte, kesitlerinde aksel normal kuvvetler de meydana gelebilmektedir. Kiriş kesitleri yaygın olarak dikdörtgen kullanılsa da üçgen, trapez veya daha karmaşık şekillerde de tasarlanabilmektedir (Celep ve Kumbasar, 1998).

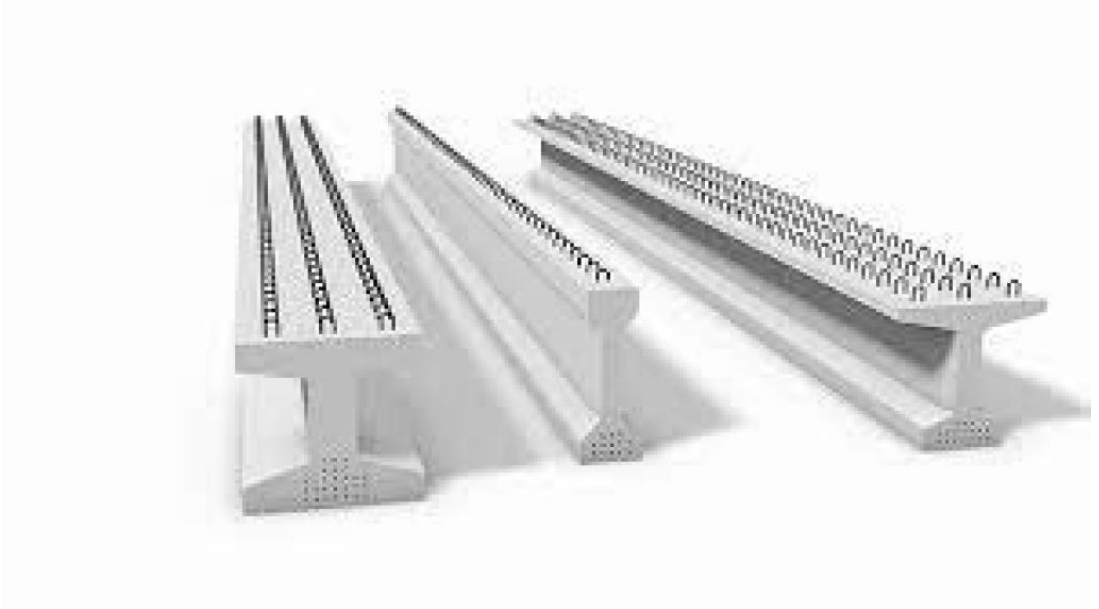
Prefabrik veya yerinde döküm metodu ile Şekil 1.1., Şekil 1.2. ve Şekil 1.3.'te görüldüğü gibi farklı kesitlere sahip kirişler üretilmektedir.



Şekil 1.1. Yerinde Döküm Trapez Kesitli Köprü Kirişi



Şekil 1.2. Prefabrik Trapez Kirişli Döşeme



Şekil 1.3. Prefabrik Köprü Kirişleri

Trapez kesitli kirişler, basınç bölgesini genişleterek basınç dayanımını artırırken, çekme bölgesini daraltarak betonun çekme gerilmelerine maruz kalan

kısmını minimize etmektedir. Çekme bölgesinde donatı kullanımı, çekme gerilmelerini karşılamada etkin bir rol oynayarak elemanın verimliliğini artırmakta ve üretim maliyetlerini düşürmektedir. Bu bağlamda, trapez kesitli kirişler, betonun mekanik özelliklerinden daha verimli yararlanmayı sağlayarak ekonomik ve dayanıklı bir tasarım alternatifi sunmaktadır (Sada ve Resan, 2015).

Betonarme kiriş kesitleri, moment taşıma kapasitelerine ulaştığında, en dış basınç lifindeki betonun ezilmesiyle beton, ezilme birim kısalmasına ulaşır. Beton, ezilme birim kısalmasına ulaştığında, çekme donatısının akıp akmadığı, kirişin davranışı açısından önemli bir faktördür. Eğer beton, ezilme birim kısalmasına ulaşmadan önce çekme donatısı akmışsa, kırılma sünek bir şekilde gerçekleşir ve buna "çekme kırılması" denir. Diğer taraftan, beton ezilme birim kısalmasına ulaşmış fakat çekme donatısı akmamışsa, kırılma gevrek olur ve bu tür kırılma "basınç kırılması" olarak adlandırılır. En dış basınç lifindeki betonun ezilmesi ile çekme donatısının akması aynı anda gerçekleşirse, bu durumda dengeli kırılma meydana gelir ve gevrek kırılma oluşur. Bu kırılma türlerin den tercih edilen, sünek kırılmadır. Sünek davranış sergileyen yapılarda, aniden göçme gerçekleşmez aksine, büyük şekil değiştirmeler meydana gelir ve bu şekil değiştirmelerin sürekliliği, yapıda can kaybı riskini azaltır. Kirişlerde kırılma türü, çekme donatısı oranı tarafından belirlenir. Dolayısıyla, dengeli kırılma için belirli bir donatı oranı gereklidir. Bu oran göz önüne alındığında, üç farklı durum ortaya çıkar dengeli donatı oranı, denge altı donatı oranı ve denge üstü donatı oranı, dengeli ve denge üstü donatı oranları, gevrek kırılmaya, denge altı donatı oranı ise sünek kırılmaya işaret eder (Ersoy ve d., 2023). Ayrıca, kirişlerde çekme donatısı miktarı hesaplanırken yönetmelikte belirtilen maksimum ve minimum donatı oranları da dikkate alınarak hesaplanır ve bundan dolayı da betonarme kirişlerde gevrek kırılma oluşması engellenmiş olur (TS 500, 2000).

Betonarme yapısal sistemlerinin veya bileşenlerinin üç boyutlu sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmesi, deneysel testlere yakın davranışların elde edilmesini sağlayabilmektedir. Ancak, betonun doğrusal olmayan yapısal özellikleri, çekme çatlakları, basınç kırılması ve çelik-beton arasındaki aderans gibi faktörler, betonarme yapıların modellenmesini zorlaştırmaktadır. Buna rağmen, bu konuların doğru anlaşılması ve uygun modelleme tekniklerinin kullanılmasıyla sonlu elemanlar yöntemi, laboratuvar ortamında üretilmesi ve test edilmesi zor olan betonarme elemanlarının davranışlarının incelenmesine olanak tanımaktadır (Rai, 2021).

Bu çalışmada, trapez kesitli betonarme kirişlerin dengeli donatı oranının formülü türetilmiş ve bu formül kullanılarak çeşitli kriterlere göre dengeli donatı

oranları hesaplanmış ve elde edilen veriler, araştırmacıların ve mühendislerin yararlanabileceği bir tablo haline getirilmiştir. Ayrıca, ıkarılan formülün doğruluğu için bu tablodaki veriler kullanılarak, dengeli donatı, denge altı donatı ve denge üstü donatıya sahip trapez kesitli betonarme kirişlerin eğilme davranışlarının analizleri sonlu elemanlar yöntemi ile yapılmıştır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Sada ve Resan (2015), trapez kesitli hibrit beton derin kirişlerin kesme davranışını incelemek amacıyla gerçekleştirdikleri kapsamlı deneysel çalışmada, farklı trapez açıları ve beton dayanım kombinasyonlarına sahip 14 kiriş üzerinde dört nokta yükleme testleri yapılmış. Elde edilen bulgular, kesitin üst bölgesinde yüksek dayanımlı beton kullanılmasının ve trapez kesitin basınç bölgesini genişletmesinin kesme dayanımını belirgin şekilde artırdığını, özellikle yaklaşık 80°'lik yan yüzey açısının en yüksek performansı sağladığını ortaya koymuştur. Hibrit beton kullanımının ilk çatlak yükünde hafif bir azalma yarattığı ancak nihai taşıma kapasitesini düşürmediği; aksine kirişlerin sünek davranışını geliştirdiği ve tabakalar arasında kayma oluşmadan stabil bir kırılma mekanizması sağladığı belirlenmiştir. Araştırma sonuçları, hibrit beton ve trapez kesit geometrisinin birlikte kullanımının derin kirişlerde hem taşıma kapasitesini hem de deformasyon özelliklerini iyileştirerek daha ekonomik ve verimli bir kesme davranışı sunduğunu göstermiştir.

Al-Ansari ve Afzal (2019), düzensiz kesitli betonarme kirişlerin eğilme kapasitesinin hızlı ve güvenilir biçimde tahmin edilebilmesi amacıyla, farklı geometrilere sahip elemanlar için basitleştirilmiş bir çözüm yöntemi önermiştir. Çalışmada düzensiz kesitler üç ana grupta incelenmiş; düz kenarlı (T, I, boşluklu dikdörtgen vb.), eğimli kenarlı (üçgen, trapez, ters trapez, altıgen) ve dairesel kirişler için genel eğilme formülleri türetilmiştir. Elde edilen moment kapasitesi sonuçları sonlu eleman modeli ile karşılaştırılmış ve tüm kesit türlerinde basitleştirilmiş yöntem ile sonlu eleman modeli sonuçları arasında %1–10 aralığında uyum sağlandığı görülmüştür. Bu bulgular, düzensiz geometriye sahip kirişlerin hem analiz hem de tasarım süreçlerinde, klasik dikdörtgen kesit yaklaşımının ötesine geçen, ancak hesap yükünü artırmayan pratik bir yöntemin uygulanabilir olduğunu göstermekte; özellikle trapez, üçgen, altıgen ve dairesel kesitler gibi geleneksel tasarım kitaplarında sınırlı ele alınan kesit tipleri için önemli bir tasarım kolaylığı sunmaktadır.

Khalil ve d. (2017), değişken genişliğe sahip trapez kesitli betonarme kirişlerin kesme davranışını deneysel olarak inceleyerek, bu kesitlerde kesme dayanımının belirlenmesinde hangi genişlik tanımının daha etkin olduğunu araştırmıştır. Çalışmada uluslararası tasarım standartlarında trapez kesitlerin etkin genişliğinin farklı şekillerde tanımlandığı belirtilmiş; özellikle bazı yönetmeliklerin minimum gövde genişliğini, bazılarının ise ortalama gövde genişliğini esas aldığı vurgulanmıştır. Bu kapsamda sekiz adet trapez ve dikdörtgen kesitli kiriş numunesi test edilmiş ve çatlak oluşumu, kesme çatlağı yükü, nihai taşıma kapasitesi,

yük–sehim ilişkisi ve donatı gerilmeleri detaylı biçimde değerlendirilmiştir. Sonuçlar, trapez kesitli kirişlerde kesme davranışının ve nihai kesme kapasitesinin esas olarak kesitin ortalama genişliğine bağlı olduğunu, minimum genişliği esas alan bazı yönetmeliklerin ise gerçek davranışı yeterince temsil etmediğini göstermiştir.

Shafeeq ve d. (2012), tarafından yürütülen çalışmada, iki farklı üst genişliğe sahip trapez kesitli, toplam on adet betonarme kirişin eğilme davranışı deneysel olarak incelenmiştir. Çalışmada kirişler, 200 mm (T20) ve 240 mm (T24) üst genişliğine göre gruplanmış; her grup bir adet güçlendirilmemiş, 4 adet ise, çeşitli miktarda ve yerleşimde karbon fiber takviyeli polimer şeritlerle güçlendirilmiş kirişlerden oluşmaktadır. Elde edilen sonuçlar, trapez kesitin üst genişliğinin artmasının eğilme performansını artırdığı, 240 mm üst genişliğine sahip kirişlerin 200 mm genişliktekilere göre nihai yük kapasitesini %4–11,54 oranında artırdığını ve sehimleri azalttığını göstermiştir. Ayrıca yapılan dıştan güçlendirme, kirişlerin hem ilk çatlak yükünü hem de nihai taşıma kapasitesini anlamlı düzeyde artırmış; özellikle üç şerit veya moment bölgesine odaklanan şerit yerleşimleri kapasiteyi %4–24 arasında yükseltmiştir. Çalışmada güçlendirme uygulamalarının çatlak oluşumunu geciktirdiği, sehimleri azalttığı ve kirişlerin daha sünek bir kırılma davranışı sergilemesini sağladığı belirlenmiştir. Bununla birlikte, sürekli şerit uygulamalarında orta kısımda şeritlerin kopmasıyla, bölgesel güçlendirmede ise şerit bitim bölgelerinde beton örtüsünün soyulmasıyla farklı göçme mekanizmaları gözlemlenmiştir. Genel olarak çalışma, trapez kesit geometrisinin ve güçlendirmenin betonarme kirişlerin eğilme performansı üzerinde belirgin ve olumlu etkiler yarattığını ortaya koymaktadır.

Hussein ve Rasheed (2023), etriye kullanılmayan betonarme kirişlerde kesme davranışını ele aldıkları derleme çalışmalarında, bu elemanlarda kesme kırılmasının ani ve gevrek karakteri nedeniyle yapısal açıdan en kritik kırılma türlerinden biri olduğunu vurgulamış ve literatürde sunulan deneysel bulgular ile kuramsal yaklaşımları kapsamlı biçimde değerlendirmiştir. Araştırmacılar, kesme dayanımının esas olarak agrega yüzeylerinin birbirine kenetlenmesi, çatlama beton bölgesinin yük taşıma kapasitesi, boyuna donatının kesme aktarımına katkısı ve düşük kesme açıklığı–etkili derinlik oranlarında ortaya çıkan kemer etkisi gibi mekanizmalar tarafından sağlandığını ortaya koymuştur. Çalışmada, boyuna donatı miktarının artırılmasının çatlak oluşumu ve ilerlemesini sınırlayarak kesme kapasitesini yükselttiği; silis dumanı, metakaolin, çelik ve polimer esaslı lifler, reaktif toz beton, geri dönüştürülmüş agregalar ile demir ve çelik cürufu gibi çeşitli mineral katkıların betonun iç yapısını güçlendirerek çatlak yüzeyi pürüzlülüğünü artırdığı ve böylece

kesme dayanımını geliştirdiği ifade edilmiştir. Bununla birlikte, beton basınç dayanımındaki artışın yüksek dayanımlı betonların daha gevrek davranması nedeniyle kesme kapasitesine sınırlı düzeyde katkı sunduğu, kiriş boyutunun büyümesinin kesme dayanımında belirgin bir azalmaya yol açtığı ve büyük taneli agregaların çatlak yüzeyini daha pürüzlü hâle getirerek yük aktarımını iyileştirdiği belirtilmiştir. Çalışmada, ayrıca Zsutty, British Standard, Eurocode, Model Code, Amerikan Beton Enstitüsü ve Kanada yönetmeliklerinde yer alan kesme dayanımı tahmin modelleri karşılaştırılmış; Amerikan yönetmeliğinin en güvenli tarafta yer alan sonuçları verdiğini, Avrupa kökenli modellerin ise bazı durumlarda gerçek kapasiteyi aşan tahminler üretebildiğini göstermiştir. Genel olarak çalışma, etriyesiz betonarme kirişlerde kesme kırılmasının çok değişkenli ve karmaşık bir mekanizma olduğunu, bu nedenle kesme kapasitesinin doğru biçimde tahmin edilebilmesi için malzeme özelliklerinin, kiriş geometrisinin, yükleme koşullarının ve katkı materyallerinin birlikte değerlendirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Adhikary ve d. (2014), betonarme kirişlerin yüksek yükleme hızları altındaki davranışını incelemişlerdir. Literatürde betonarme kirişlerin davranışı genellikle statik veya düşük hızda yüklemeler altında araştırılmış, yüksek hız yükleme etkileri ise sınırlı çalışılmıştır. Bu nedenle, 24 betonarme kirişi dört farklı yükleme hızı altında test ederek statik, düşük, orta ve yüksek yükleme senaryolarını kapsayan kapsamlı bir deney programı yürütmüşlerdir. Araştırmada, yükleme hızının kirişlerin orta açıklık yer değiştirmesi, kayma gerilmesine katkısı, eğilme ve kayma donatılarındaki maksimum gerinim hızı, çatlama rijitliği, enerji emilimi ve kırılma mekanizması üzerindeki etkileri incelenmiştir. Deney sonuçları, yüksek yükleme hızlarının kirişlerin taşıma kapasitesini, çatlama rijitliğini ve enerji emilimini artırdığını, özellikle kısa ve düşük donatı oranına sahip kirişlerde dinamik artış faktörünün daha yüksek olduğunu göstermiştir. Ayrıca, kayma ağırlıklı kirişler, eğilme ağırlıklı kirişlere kıyasla daha yüksek dinamik artış faktörü üretmiş, donatının akma zamanlaması ise dinamik artış faktörü üzerinde belirleyici olmuştur. Bu çalışmada elde edilen detaylı deney verileri, betonarme kirişlerin yüksek hızda yüklemeler altındaki davranışını anlamak ve analitik veya sayısal çalışmaların doğrulanmasına katkı sağlamak açısından önemli bir kaynak sunmaktadır.

Yüksel ve d. (2020), betonarme kirişlerde basınç donatısı oranının moment-eğrilik ilişkisine etkisini sayısal bir çalışma ile incelemişlerdir. Çalışmada, beton sınıfı, çekme donatısı oranı ve basınç donatısı oranı gibi parametrelerin kiriş davranışı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Toplamda 66 farklı parametreye sahip dikdörtgen kesitli betonarme kiriş tasarlanmış ve moment-eğrilik ilişkileri,

malzemelerin doğrusal olmayan davranışları dikkate alınarak elde edilmiştir. Analizlerde sargısız beton modeli kullanılmış, akma ve kırılma durumlarında moment ve eğrilik değerleri, eğrilik sünekliği ve rijitlik oranları hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar, basınç donatısı oranının artmasıyla akma momenti, kırılma momenti ve maksimum eğrilik değerlerinin yükseldiğini, ancak akma eğriliğinin azaldığını göstermiştir. Ayrıca, basınç donatısı oranındaki artışın kirişlerin sünekliğini ve rijitliğini artırdığı belirlenmiştir. Çalışma kapsamında moment-eğrilik ilişkileri grafikler ve tablolar hâlinde sunulmuş, farklı beton sınıfları ve donatı oranları karşılaştırılarak kiriş davranışına dair kapsamlı yorumlar yapılmıştır. Bu bulgular, betonarme kiriş tasarımında basınç donatısı oranının kesit dayanımı, sünekliği ve rijitliği üzerindeki etkilerini net bir şekilde ortaya koymaktadır.

Kaltakçı ve d. (2001), basit eğilme etkisi altındaki betonarme elemanların moment-eğrilik ilişkilerini ve tasarım değişkenlerinin bu ilişkiler üzerindeki etkilerini analitik olarak incelemişlerdir. Çalışmada, beton basınç dayanımı, çekme ve basınç donatısı oranları, etriye miktarı ve sıklığı, donatı akma ve pekleşme davranışı gibi parametrelerin eleman davranışına etkisi araştırılmıştır. Bu amaçla, kabuk ve göbek betonunda ezilmeyi, donatıdaki akma ve pekleşmeyi ve sargı donatısının göbek betonu üzerindeki etkisini dikkate alan katmanlı modelleme tekniğini kullanan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Analitik sonuçlar, deneysel verilerle karşılaştırılmış ve programın doğruluğu onaylanmıştır. Bulgular, beton basınç dayanımının düşük çekme donatısı oranlarında maksimum moment kapasitesi üzerindeki etkisinin sınırlı olduğunu, donatı akma dayanımının kirişin eğilme kapasitesi ve duktilitesi üzerinde belirleyici rol oynadığını göstermiştir. Ayrıca, çekme ve basınç donatısı oranları, etriye miktarı ve sıklığı gibi parametrelerin kiriş moment kapasitesi ve deformasyon davranışı üzerinde önemli etkileri olduğu vurgulanmıştır.

Yüksel ve d. (2020), betonarme kirişlerin deprem performansını belirlemek amacıyla Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği 2018'de öngörülen şekil değiştirme esaslı hasar sınırlarını analitik olarak incelemişlerdir. Çalışmada farklı geometri ve parametrelere sahip betonarme kiriş modelleri tasarlanmış ve gerçek malzeme davranışları esas alınarak moment-eğrilik ilişkileri üzerinden kirişlerin elastik ötesi davranışları incelenmiştir. Elde edilen veriler ışığında kiriş kesitlerinin kırılma durumu ve davranışları değerlendirilmiş, yönetmelikte tanımlanan üç performans düzeyi olan göçmenin önlenmesi, kontrollü hasar ve sınırlı hasar için beton ve donatı çeliğinin birim şekil değiştirmeleri ve plastik dönmeleri hesaplanmıştır. Analizlerde, donatı oranlarının ve beton sınıfının kiriş performansına etkisi araştırılmış,

performans düzeylerine karşılık gelen şekil değiştirme ve iç kuvvet sınırları belirlenmiştir. Çalışma, performansa dayalı tasarım yaklaşımının betonarme kirişlerin deprem güvenliği açısından değerlendirilmesine katkı sağlamakta ve farklı hasar seviyelerindeki davranışların anlaşılmasını desteklemektedir.

Akkaya ve d. (2024), betonarme kirişlerde deprem etkisi altında sıkça karşılaşılan ani ve gevrek kesme kırılmasının nedenlerini belirlemek amacıyla beton dayanımı ile kesme donatısı aralığının yapısal davranış üzerindeki etkilerini deneysel olarak incelemişler. İki farklı beton basınç dayanımı ile iki farklı etriye aralığının kullanıldığı dört adet kiriş test edilmiş ve yük–deplasman performansı değerlendirilmiştir. Sonuçlar, beton dayanımındaki artış ve etriye aralığının sıklaştırılmasının taşıma gücünü, başlangıç rijitliğini, sünekliği ve enerji tüketim kapasitesini belirgin biçimde artırdığını; yetersiz kesme donatısı bulunan kirişlerde ise kesme çatlaklarının hızla ilerleyerek ani kesme kırılması oluşturduğunu ortaya koymuştur. Çalışma genel olarak yeterli beton kalitesi ve uygun etriye düzeninin deprem etkisi altındaki kirişlerde kesme hasarını önlemede kritik öneme sahip olduğunu göstermektedir.

Belgin ve Şener (2007), geometrik olarak benzer fakat farklı boyutlara sahip aşırı donatılı betonarme kirişlerde, kırılma anındaki nominal gerilmelerin eleman boyutu büyüdükçe azalmasıyla ortaya çıkan boyut etkisini doğrusal ve doğrusal olmayan analiz yöntemleriyle incelemiş ve kırılma davranışının sadece betonun çekme kapasitesiyle değil basınç bölgesindeki ezilme ile de ilişkili olduğunu deneysel olarak göstermiştir. Çalışmada, dört nokta yüklemesi altında farklı ölçeklerde üretilen toplam on sekiz dikdörtgen kesitli ve denge üstü donatı oranına sahip kirişler test edilmiş; elde edilen kırılma yükleri, yük–yerdeğiştirme davranışları ve artık gerilmeler Bazant'ın boyut etkisi yasası kullanılarak değerlendirilmiştir. Matlab ortamında Marquardt–Levenberg algoritması ile yapılan modellemeler, büyük boyutlu ve gevrek kırılma eğilimli numunelerde artık gerilmelerin kırılma parametreleri üzerinde belirgin etkisi olduğunu ortaya koymuş; bu nedenle Bazant'ın geliştirilmiş boyut etkisi denkleminde ait sonuçların klasik formülasyona göre daha gerçekçi olduğu belirlenmiştir. Sonuçlar, betonarme elemanların davranış ve tasarım süreçlerinde boyut etkisinin mutlaka dikkate alınması gerektiğini açık biçimde göstermektedir.

Kumbasaroglu ve Sezgin (2020), kısa açıklıklı betonarme kirişlerde görülen yüksek kesme taleplerinin neden olduğu süneklik yetersizliğini gidermek amacıyla farklı katkı maddelerinin ve çeşitli beton dayanım seviyelerinin eğilme davranışı

üzerindeki etkisini deneysel olarak incelemişler. Toplam 14 adet kısa kiriş numunesi, farklı katkı türleri ve değişen etriye aralıklarıyla üretilerek üç noktalı eğilme testi altında değerlendirilmiştir. Tüm numuneler için yük–yer değiştirme ilişkileri, başlangıç rijitliği, süneklik oranı ve enerji yutma kapasitesi analiz edilmiş; katkı maddelerinin göçme modlarına etkileri karşılaştırmalı biçimde ortaya konmuştur. Sonuçlar, özellikle aderans özelliği yüksek katkı malzemelerinin kirişlerin eğilme kapasitesini belirgin şekilde artırdığını, kesme etkilerinin baskın olduğu kısa açıklıklı kirişlerde sünek davranışı geliştirdiğini ve ani kesme göçmesi riskini azalttığını göstermektedir. Bu bulgular, geleneksel enine donatıya alternatif olarak katkı malzemelerinin yapısal performansı iyileştirmede etkili bir yöntem olabileceğini ortaya koymaktadır.

Kalkan ve d. (2019), yapı iç tesisat hatlarının kiriş gövdesinde oluşturulan boşluklardan geçirilmesiyle ortaya çıkan yapısal sorunları inceleyerek, düzenli kare gövde boşluklarına sahip betonarme kirişlerin eğilme davranışını detaylı biçimde araştırmıştır. Çalışmada, tekil veya sınırlı sayıda boşluğa sahip kirişlerin ele alındığı önceki araştırmalardan farklı olarak, açıklık boyunca çok sayıda düzenli kare boşluk içeren kirişler değerlendirilmiş; gövde boşluklarının kiriş rijitliği, göçme modu ve kullanım yükü altındaki sehimler üzerindeki etkileri sonlu eleman analizleriyle incelenmiştir. Önceki çalışmalardan elde edilen deney sonuçlarıyla karşılaştırılarak nümerik sonuçların güvenilirliği doğrulanmış, ardından çekme donatı oranının değişiminin eğilme davranışına etkisi araştırılmıştır. Sonuçlar, düzenli boşluklu kirişlerde boyuna donatı oranı arttıkça kullanım yükü sehimlerinin yükseldiğini ancak yönetmelik sınırlarının altında kaldığını göstermiş Genel olarak çalışma, düzenli kare boşlukların kirişin kesme yerine eğilme kontrollü bir davranışa yönelmesini sağlayabileceğini, uygun boşluk çevresi donatı düzenlemeleri ile sünek davranışın korunabileceğini ve donatı oranının boşluklu kirişlerin performansında belirleyici bir parametre olduğunu ortaya koymaktadır.

Kaya ve d. (2021), cam lifli polimer donatı ile çelik donatının birlikte kullanıldığı betonarme kirişlerde farklı donatı oranlarının eğilme davranışı üzerindeki etkilerini incelemişler. Araştırmada, aynı boyutlara ve aynı beton dayanımına sahip kirişler, cam lifli polimer ve çelik donatı oranları değiştirilerek tasarlanmış ve hem teorik hesaplamalar hem de sonlu eleman yöntemi kullanılarak yük–yer değiştirme tepkileri değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, cam lifli polimer donatı oranı arttıkça kirişlerin başlangıç rijitliğinin azaldığını, ancak şekil değiştirme kapasitesinin belirgin şekilde arttığını göstermektedir. Ayrıca, donatı miktarı dengeli ve denge üstü olacak şekilde düzenlenen kirişlerin daha yüksek

taşıma kapasitesine sahip olduğu, fakat deformasyon yapabilme yeteneklerinin azaldığı belirlenmiştir. Genel olarak çalışma, cam lifli polimer ve çelik donatının birlikte kullanımında donatı oranının kiriş performansı üzerinde doğrudan etkili olduğunu; donatı kombinasyonlarının taşıma gücünü, sünekliği ve yapısal davranışı önemli ölçüde değiştirdiğini ortaya koymaktadır.

Güler ve Şen (2015), sonlu elemanlar yöntemi, karmaşık yapıların davranışını küçük, hesaplanabilir parçalara bölerek incelemeye olanak sağlayan sayısal bir analiz yöntemidir. Yapılar, eleman ve düğüm noktalarına ayrılır; malzeme özellikleri, yükler ve sınır koşulları tanımlanır ve bilgisayar programları yardımıyla gerilme, deformasyon ve kuvvet dağılımları hesaplanır. İlk olarak 1950’li yıllarda havacılık ve uzay mühendisliğinde uygulanan bu yöntem, günümüzde inşaat mühendisliğinde köprü, kiriş, kolon vb. yapı elemanlarının gerilme ve şekil değiştirme analizlerinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Yöntem, gerçek deneylerle elde edilmesi maliyetli veya zaman alıcı olan verilerin bilgisayar ortamında hızlı ve güvenilir bir şekilde elde edilmesine olanak verir. Özellikle betonarme ve çelik yapılarda sonlu elemanlar yöntemi, farklı yükleme koşulları altında yapı elemanlarının davranışının öngörülmesi ve tasarım optimizasyonu için etkili bir araç olarak literatürde yer almaktadır.

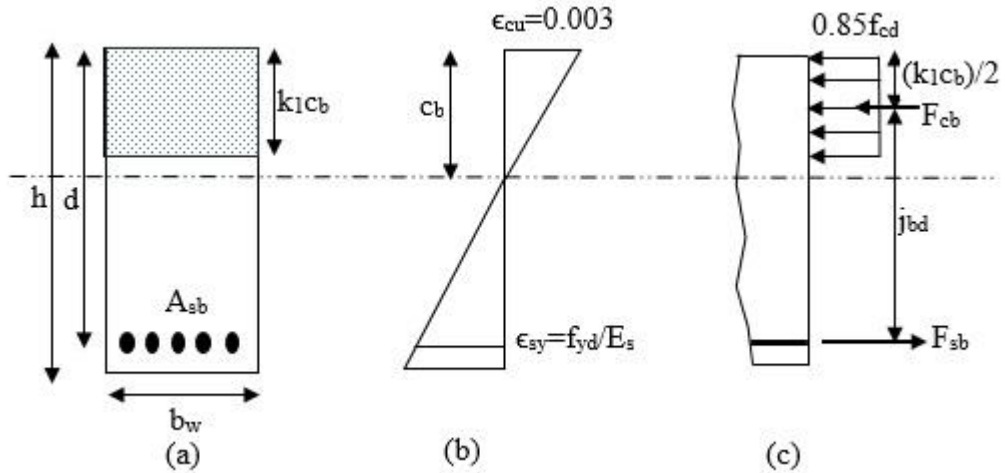
Aldhabir ve d. (2018), tarafından yapılan çalışmada, düşük dayanımlı beton kullanılarak üretilen betonarme kirişler, eğilme ve kesme yüklerine karşı Karbon Fiber Takviyeli Polimer kompozitler ile güçlendirilmiş ve Abaqus sonlu elemanlar programı ile modellenmiştir. Dikdörtgen kesitli kirişler, yetersiz donatı ile üretilmiş ve karbon elyaf kumaşlar kirişin alt ve yan yüzeylerine boyuna ve enine doğrultuda uygulanarak güçlendirilmiştir. Kirişler üzerinde yapılan dört nokta eğilme deneyleri ile yük ve sehim değerleri elde edilmiş, bu veriler sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan sayısal modelleme ile karşılaştırılarak model doğrulanmıştır. Betonun davranışı, beton hasar plastisite modeli kullanılarak çekme çatlama ve basınç kırılması mekanizmaları dikkate alınarak incelenmiş. Analiz sonuçları, güçlendirilmiş kirişlerin kırılma yük ve sehim değerlerini deneysel çalışmalara yaklaşık %97 doğrulukla yansıtmış, karbon fiber kompozitlerin sargı katman sayısının artması ile kirişlerin taşıma kapasitesinin arttığı, ancak bu artışın katman sayısı ile birebir orantılı olmadığı saptanmıştır. Çalışma, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak betonarme kirişlerin güçlendirilmesinde hızlı, güvenilir ve ekonomik sonuçlar elde edilebileceğini ve farklı güçlendirme seçeneklerinin deneysel çalışmaya gerek kalmadan sayısal analizler ile incelenebileceğini göstermektedir.

3. GEREÇ VE YÖNTEM

3.1. Teorik Çalışma

3.1.1. Hesap Esasları

Kirişlerin taşıma gücü formüllerini çıkarabilmek için TS 500 (2000), de hesapları kolaylaştırmak için kiriş en kesitine ait basınç bölgesinde oluşan gerçek gerilme dağılımı yerine yaklaşık olarak aynı olduğu kabul edilen eşdeğer dikdörtgen gerilme dağılımı kullanılmış olup eşdeğer basınç şiddeti $0,85f_{cd}$ alınmıştır. Bu gerilme dağılımına ait yükseklik katsayısı k_1 $f_{ck} > 25$ MPa ise $k_1 = (1 - 0,006f_{ck}) \geq 0,64$ olur $f_{ck} \leq 25$ MPa ise $k_1 = 0,85$ alınır. Ersoy ve d. (2023), yapmış oldukları çalışmalarında dikdörtgen kesitli basit donatılı betonarme kirişlerin dengeli donatı oranı formüllerini çıkarıp malzeme hesap dayanımlarına göre dengeli donatı oranlarını tablo haline getirmişlerdir.



Şekil 3.1. En kesiti dikdörtgen olan basit donatılı dengeli kiriş

Şekil 3.1. (b) de görülen benzer üçgenler kullanılarak aşağıdaki denklem oluşturulur.

$$\frac{c_b}{d - c_b} = \frac{0.003}{\epsilon_{sy}} = \frac{0.003}{\frac{f_{yd}}{E_s}} \quad (3.1)$$

Denklem 3.1.'de $E_s = 200000$ MPa değeri yerine yazılırsa denklem 3.2. elde edilir.

$$\frac{c_b}{d} = \frac{600}{600 + f_{yd}} \quad (3.2)$$

Kiriş kesitinde oluşan çekme ve basınç kuvvet çiftinin eşitliğinden çekme donatısı alanı A_{sb} 3.7. denklemini bulunur.

$$\sum F = 0 \quad (3.3)$$

$$F_{sb} - F_{cb} = 0 \quad (3.4)$$

$$F_{sb} = F_{cb} \quad (3.5)$$

$$A_{sb} f_{yd} = 0.85 f_{cd} b_w k_1 c_b \quad (3.6)$$

$$A_{sb} = 0.85 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} b_w k_1 c_b \quad (3.7)$$

Dengeli donatı oranı ρ_b denklemini,

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{db_w} \quad (3.8)$$

3.8. denkleminde A_{sb} yerine bırakılırsa 3.9. denklemini elde edilir.

$$\rho_b = \frac{0.85 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} b_w k_1 c_b}{db_w} \quad (3.9)$$

3.2. denklemini 3.9. denkleminde yerine bırakılırsa 3.10. denklemini elde edilir.

$$\rho_b = \frac{510 f_{cd} k_1}{f_{yd} (600 + f_{yd})} \quad (3.10)$$

Moment kolu katsayısı j_b denklemi Şekil 3.1.' den aşağıdaki gibi çıkarılır.

$$d = j_b d + \frac{k_1 c_b}{2} \quad (3.11)$$

3.11. denkleminin 2 tarafı da (d) ye bölünürse ve 3.2. denkleminde faydalanılırsa 3.12. denklemi elde edilir.

$$j_b = 1 - \frac{300 k_1}{600 + f_{yd}} \quad (3.12)$$

Fiziksel bir anlam taşımayan fakat betonarme kiriş hesaplarında olması gereken K_b denklemi aşağıda gösterildiği gibi çıkarılır (Ersoy ve d., 2023).

$$M_b = F_{sb} j_b d \quad (3.13)$$

$$M_b = A_{sb} f_{yd} j_b d \quad (3.14)$$

$$K_b = \frac{b_w d^2}{M_b} \quad (3.15)$$

3.15. denkleminde M_b yerine yazılırsa 3.16. denklemi elde edilir.

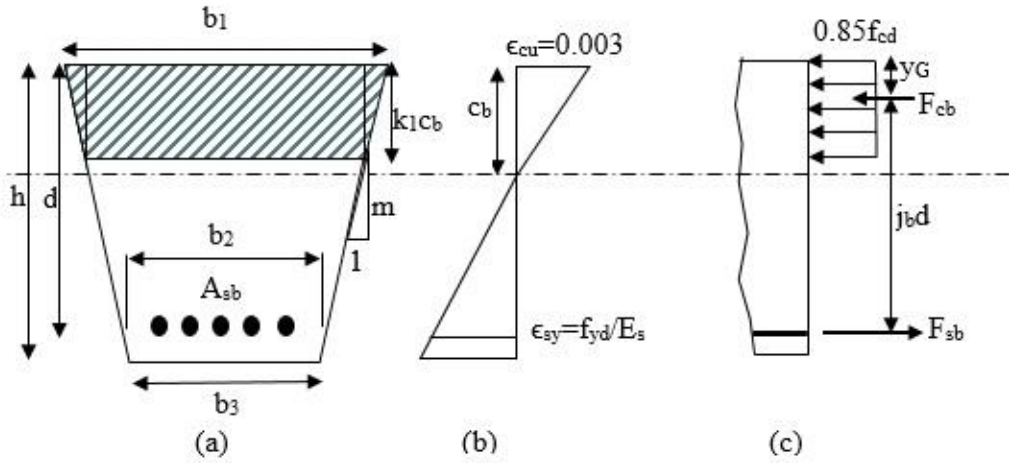
$$K_b = \frac{b_w d^2}{A_{sb} f_{yd} j_b d} \quad (3.16)$$

3.16 denkleminde kesrin pay ve paydası ($b_w * d^2$)' ye bölünürse 3.17. denklemi elde edilir.

$$K_b = \frac{1}{p_b f_{yd} j_b} \quad (3.17)$$

3.1.2. Formül Türetilmesi

Dikdörtgen kesitli basit donatılı dengeli kirişlerin formüllerinden yararlanarak trapez kesitli dengeli kirişlerin formülleri çıkarılabilir.



Şekil 3.2. Trapez kesitli basit donatılı dengeli kiriş

Şekil 3.2. de görülen trapez kesitli basınç bloğuna ait ağırlık merkezinin b_1 kenarına olan uzaklığı y_G denklemi aşağıdaki gibi çıkarılır.

$$y_G = \frac{(b_1 - \frac{2k_1c_b}{m})k_1c_b \frac{k_1c_b}{2} + 2 \frac{k_1c_b}{m} \frac{k_1c_b}{2} \frac{k_1c_b}{3}}{\frac{b_1+b_1 - \frac{2k_1c_b}{m}}{2} k_1c_b} \quad (3.18)$$

3.18 denkleminin pay ve paydası (m) ile çarpılırsa 3.19 denklemi elde edilir.

$$y_G = \frac{k_1c_b(3mb_1 - 4k_1c_b)}{6(mb_1 - k_1c_b)} \quad (3.19)$$

$c_b = 600d / (600 + f_{yd})$ ifadesi 3.19 denkleminde yerine yazılırsa 3.20 denklemi elde edilir.

$$y_G = \frac{100dk_1(3mb_1 - k_1 \frac{2400d}{600+f_{yd}})}{(600 + f_{yd})(mb_1 - k_1 \frac{600d}{600+f_{yd}})} \quad (3.20)$$

Moment kolu katsayısı j_b denklemi Şekil 3.2.' den aşağıdaki gibi çıkarılır

$$d = j_b d + y_G \quad (3.21)$$

3.21. denkleminin iki tarafı (d) ye bölünüp (y_G) değeri de yerine yazılırsa 3.22 denklemi elde edilir.

$$j_b = 1 - \frac{100k_1(3mb_1 - k_1 \frac{2400d}{600+f_{yd}})}{(600 + f_{yd})(mb_1 - k_1 \frac{600d}{600+f_{yd}})} \quad (3.22)$$

Kiriş kesitinde oluşan çekme ve basınç kuvvet çiftinin eşitliğinden çekme donatısı alanı A_{sb} bulunur.

$$A_{sb} f_{yd} = 0.85 f_{cd} \frac{b_1 + b_2 - \frac{2k_1 c_b}{m}}{2} k_1 c_b \quad (3.23)$$

$c_b = 600d / (600 + f_{yd})$ ifadesi 3.23 denkleminde yerine yazılıp gerekli sadeleştirmeler yapılırsa 3.24 denklemi elde edilir.

$$A_{sb} = \frac{510d f_{cd} k_1}{f_{yd} (600 + f_{yd})} \left(b_1 - \frac{600k_1 d}{m(600 + f_{yd})} \right) \quad (3.24)$$

Dengeli donatı oranı ρ_b denklemi aşağıdaki gibi çıkarılır.

$$\rho_b = \frac{A_{sb}}{d \frac{b_1 + b_2}{2}} \quad (3.25)$$

3.25 denkleminde (A_{sb}) değeri yerine yazılırsa 3.26 denklemi elde edilir.

$$\rho_b = \frac{\frac{510df_{cd}k_1}{f_{yd}(600+f_{yd})} \left(b_1 - \frac{600k_1d}{m(600+f_{yd})} \right)}{d \frac{b_1+b_2}{2}} \quad (3.26)$$

3.26 denkleminde $m=2d/(b_1-b_2)$ ifadesi yerine yazılıp gerekli sadeleştirmeler yapılırsa 3.27 denklemi elde edilir.

$$\rho_b = \frac{f_{cd}k_1 \left(1020b_1 - (b_1 - b_2)k_1 \frac{306000}{600+f_{yd}} \right)}{(600f_{yd} + (f_{yd})^2)(b_1 + b_2)} \quad (3.27)$$

3.27. denkleminde kesrin pay ve paydası (b_2) ye bölünürse 3.28. denklemi elde edilir.

$$\rho_b = \frac{f_{cd}k_1 \left(1020 \frac{b_1}{b_2} - \left(\frac{b_1}{b_2} - 1 \right) k_1 \frac{306000}{600+f_{yd}} \right)}{(600f_{yd} + (f_{yd})^2) \left(\frac{b_1}{b_2} + 1 \right)} \quad (3.28)$$

Şekil 3.2.'de kesit geometrisinden bulunan $b_1/b_2=b_1m/(b_1m-2d)$ ifadesi 3.28. denkleminde yerine yazılıp gerekli sadeleştirmeler yapılırsa 3.29. denklemi elde edilir.

$$\rho_b = \frac{f_{cd}k_1 \left(510mb_1 - dk_1 \frac{306000}{600+f_{yd}} \right)}{(600f_{yd} + (f_{yd})^2)(mb_1 - d)} \quad (3.29)$$

K_b katsayısına ait denklem aşağıdaki gibi çıkarılır.

$$K_b = \frac{\frac{b_1+b_2}{2}d^2}{M_b} \quad (3.30)$$

3.30 denkleminde M_b değeri yerine bırakılırsa 3.31 denklemi elde edilir.

$$K_b = \frac{\frac{b_1+b_2}{2}d^2}{A_{sb}f_{yd}j_b d} \quad (3.31)$$

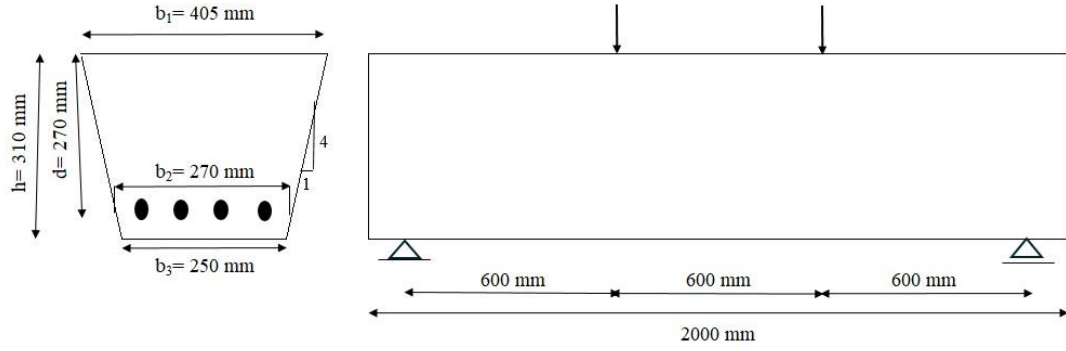
3.31 denkleminde kesrin pay ve paydası $(d^2(b_1+b_2)/2)$ ye bölünürse ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa 3.32 denklemi elde edilir.

$$K_b = \frac{1}{\rho_b f_{yd} j b} \quad (3.32)$$

3.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Analiz

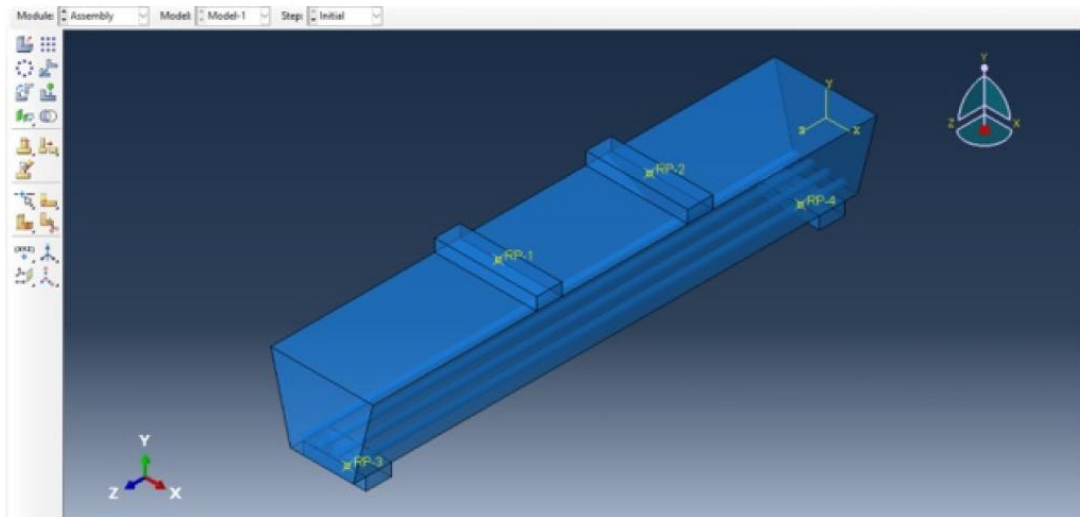
Sonlu elemanlar yöntemi, fiziksel bir sistemin matematiksel olarak modellenmesi sürecidir. Bu yöntem, belirli malzeme özelliklerine sahip, sınır koşulları tanımlanmış ve küçük parçalara bölünebilen sistemlerin incelenmesine olanak tanır. Bilgisayar teknolojilerindeki hızlı gelişmeler doğrultusunda, doğrusal olmayan sonlu elemanlar yöntemi mühendislik alanlarında yaygın olarak kullanılan güçlü bir analiz aracı haline gelmiştir (Sümer ve Aktaş, 2011).

Geometrik ölçüleri Şekil 3.3'te verilen ve C30 beton ile S420 çelik malzeme sınıfına sahip bir betonarme kirişin analizi, TS 500 (2000), standardına göre belirlenen malzeme hesap dayanımları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Betonun basınç hesap dayanımı $f_{cd}=30/1.5=20$ MPa, çeliğin akma hesap dayanımı ise $f_{yd}=420/1.15=365.22$ MPa olarak alınmıştır. Kirişin dengeli, denge altı ve denge üstü donatı oranlarına göre eğilme davranışı, Abaqus (2023), sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak incelenmiştir. Dengeli donatı oranı, bu çalışmada türetilen formüller doğrultusunda malzeme hesap dayanımları ve trapez kesitlerin b_1/b_2 geometrik oranlarına göre hesaplanan tablodan alınmıştır. Buna göre analizi yapılan kirişin C30, S420 ve $b_1/b_2=405/270=1.5$ değerlerine karşılık gelen dengeli donatı oranı tabloya göre $\rho_b=0.0261$ olur. Bu orana göre dengeli donatı miktarı ise $A_{sb}=0.0261*270*(405+270)/2=2378.36$ mm² olur. Buna göre denge altı donatı miktarı maksimum ve minimum donatı miktarları göz önünde bulundurularak 800 mm², denge üstü donatı miktarı ise 2800 mm² alınmıştır. Kirişlerde bu donatı miktarlarını karşılayan 4 adet donatı kullanılmıştır.



Şekil 3.3. Trapez kesitli basit donatılı betonarme kiriş

Şekil 3.4.'de görülen sayısal modelde, beton üç boyutlu katı eleman (solid), donatı ise çubuk elemanlar (truss) olarak tanımlanmıştır. Betonun modellenmesinde, her düğüm noktasında üç yer değiştirme serbestlik derecesine sahip, sekiz düğümlü ve azaltılmış integrasyonlu (C3D8R) elemanlar kullanılmıştır. Donatı, eksenel doğrultuda tek serbestlik derecesine sahip, iki düğümlü doğrusal elemanlar (T3D2) ile temsil edilmiştir. Beton ve donatı arasındaki etkileşim, ortak serbestlik derecelerini paylaşan gömülü (embedded) eleman tekniği ile sağlanmıştır (Serdar ve d., 2020). Betonun doğrusal olmayan davranışını hem basınç hem de çekme altında oluşan hasar ve plastik deformasyonları dikkate alarak tanımlayan, CDP (Concrete Damage Plasticity), Beton Hasar Plastisite modeline ait çizelge 3.1.'deki veriler, Hafezolghorani ve d. (2017), yapmış oldukları çalışmadan alınmıştır.



Şekil 3.4. Abaqus' te çizilmiş trapez kesitli basit donatılı betonarme kiriş

Çizelge 3.1. CDP Modeline Ait Bilgiler

Elastisite Modülü (MPa)	Poisson Oranı	Dilation Angle	Eccentricity	fb0/fc0	K	Viscosity Parameter
21200	0.2	35	0.1	1.16	0.667	0.004472475
Beton Basınç Davranışı			Beton Çekme Davranışı			
Yield stress (MPa)	Inelastic Strain	Damage Parameter	Yield stress (MPa)	Cracking Strain	Damage Parameter	
10.2	0	0	2	0	0	
12.8	7.73585E-05	0	0.02	0.000943396	0.99	
15	0.000173585	0				
16.8	0.000288679	0				
18.2	0.000422642	0				
19.2	0.000575472	0				
19.8	0.00074717	0				
20	0.000937736	0				
19.8	0.00114717	0.01				
19.2	0.001375472	0.04				
18.2	0.001622642	0.09				
16.8	0.001888679	0.16				
15	0.002173585	0.25				
12.8	0.002477358	0.36				
10.2	0.0028	0.49				
7.2	0.003141509	0.64				
3.8	0.003501887	0.81				

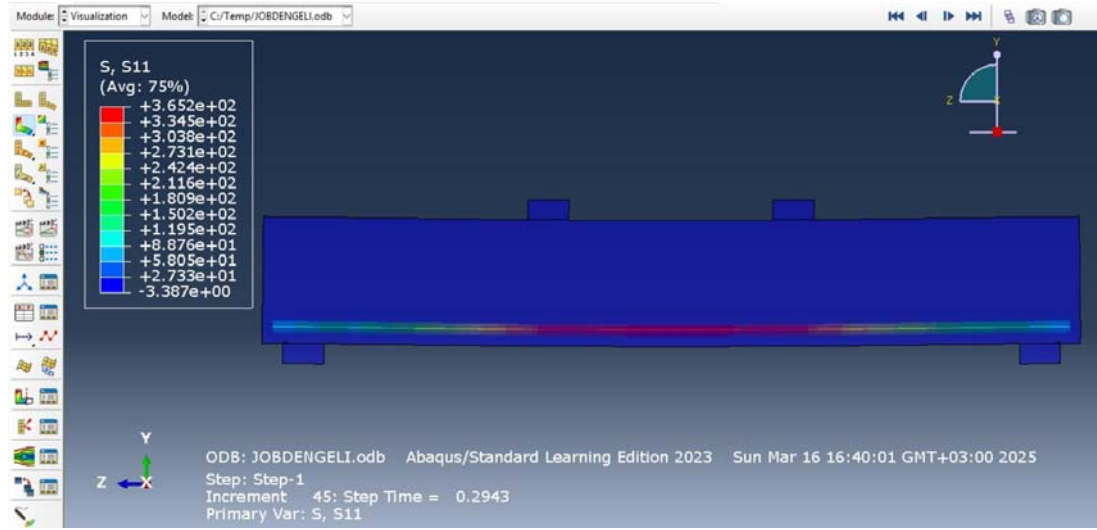
TBDY (2018), yönetmeliğinden yararlanılarak, donatı çeliğine ait gerilme-şekil değiştirme değerleri belirlenmiş ve çizelge 3.2.'de sunulmuştur.

Çizelge 3.2. Donatı Çeliğinin Özellikleri

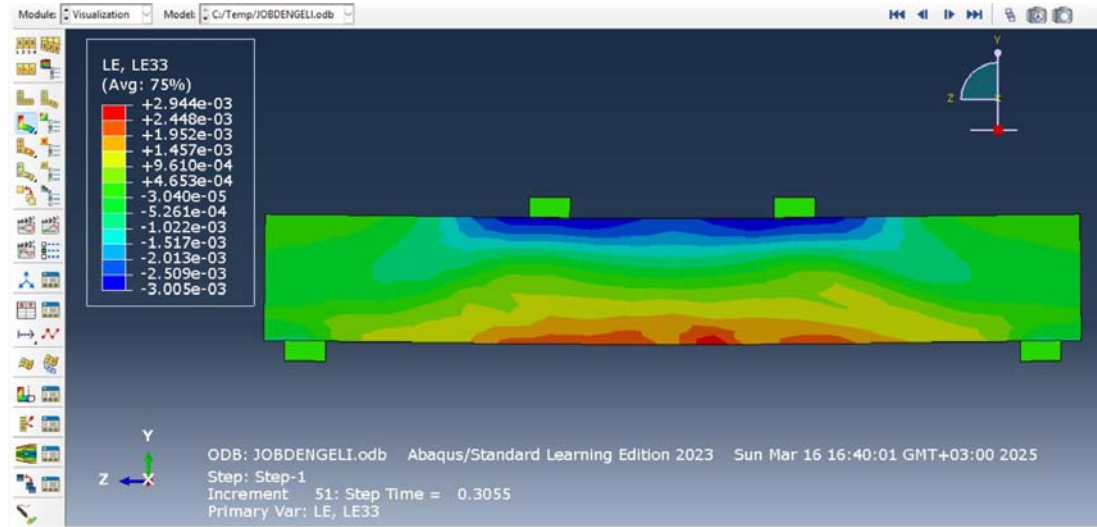
Elastisite Modülü (MPa)	Poisson Oranı
200000	0.3
Yield Stress (MPa)	Plastic Strain
365.22	0
365.22	0.008
450	0.08

Trapez kesitli betonarme kiriş üzerinde, yükleme noktalarından 25 mm düşey deplasman uygulanarak, dengeli donatı, denge altı donatı ve denge üstü donatı olmak üzere üç farklı donatı miktarı için analizler gerçekleştirilmiştir. Dengeli donatı analizinin sonuçları incelendiğinde, Şekil 3.5. ve Şekil 3.6.' da donatının akmaya başlaması ile betonun ezilme birim kısalmasına ulaşmasının neredeyse eş zamanlı

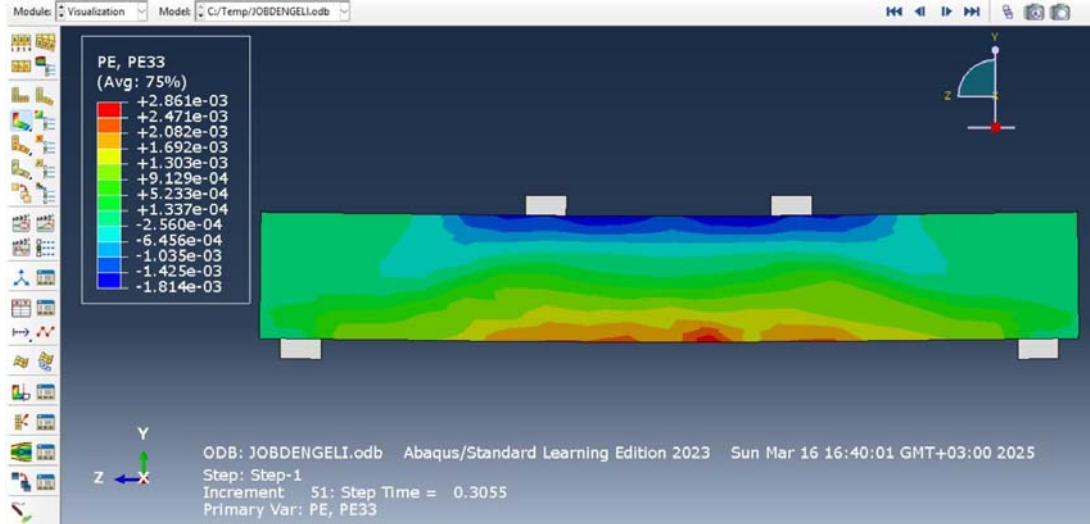
olarak gerçekleştirildiği görülmektedir. Ayrıca, Şekil 3.7.' de kirişin üst bölgesinde basınç, alt bölgesinde ise çekme hasarlarının meydana geldiği, renk farklılıkları aracılığıyla açıkça gözlemlenmektedir.



Şekil 3.5. Dengeli donatı' da donatının akma dayanımına ulaştığı andaki durum

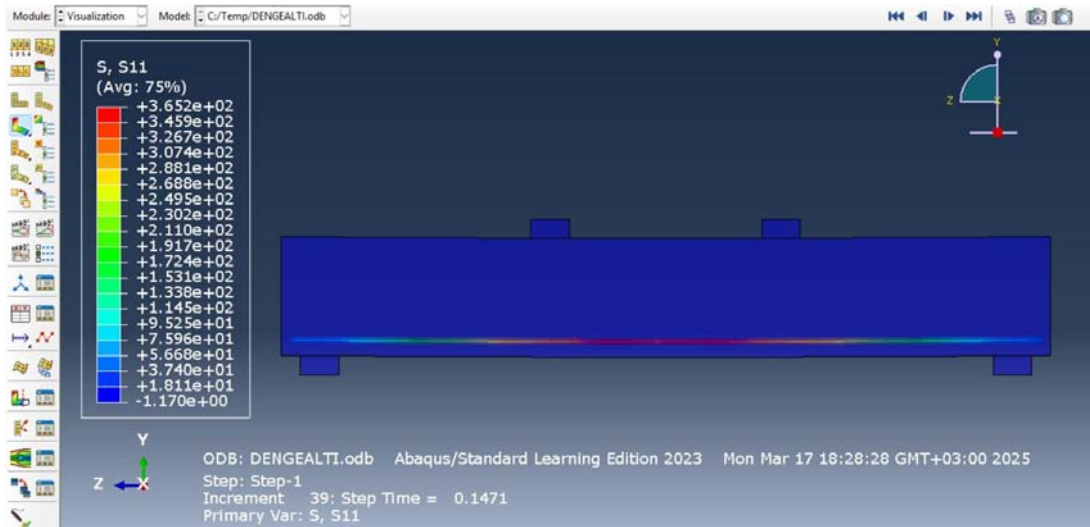


Şekil 3.6. Dengeli donatı' da betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı an

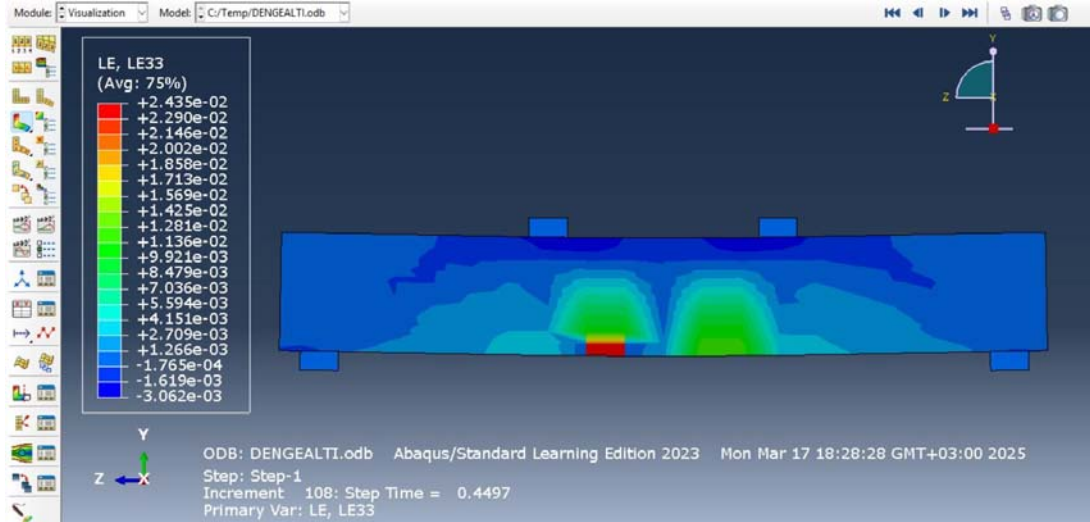


Şekil 3.7. Dengeli donatı' da kirişte göçme anında oluşan kalıcı deformasyonlar

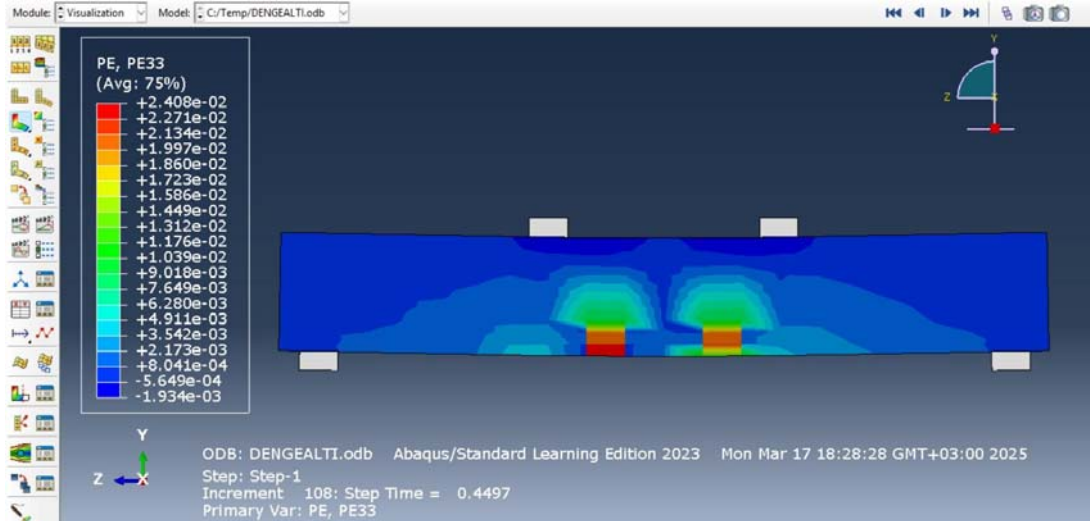
Denge altı donatı analizinin sonuçları incelendiğinde, Şekil 3.8. ve Şekil 3.9.' da donatının akmaya başlamasından çok sonra betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı, Şekil 3.10.' da ise kirişin üst bölgesinde basınç etkisiyle, alt bölgesinde ise çekme gerilmeleri nedeniyle oluşan hasarlar, renk farklılıkları sayesinde net bir şekilde görülmektedir.



Şekil 3.8. Denge altı donatı' da donatının akma dayanımına ulaştığı andaki durum

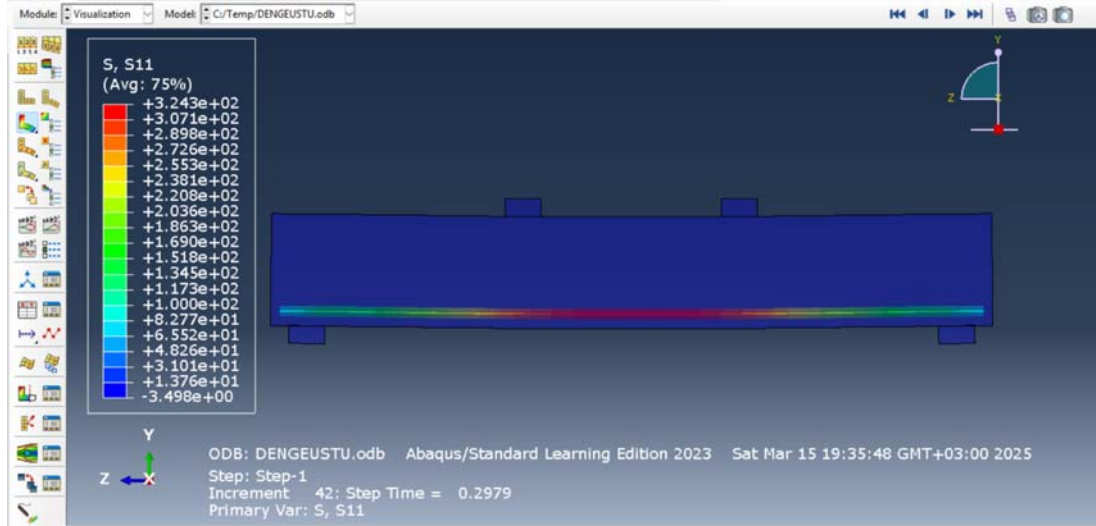


Şekil 3.9. Denge altı donatı' da betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı an

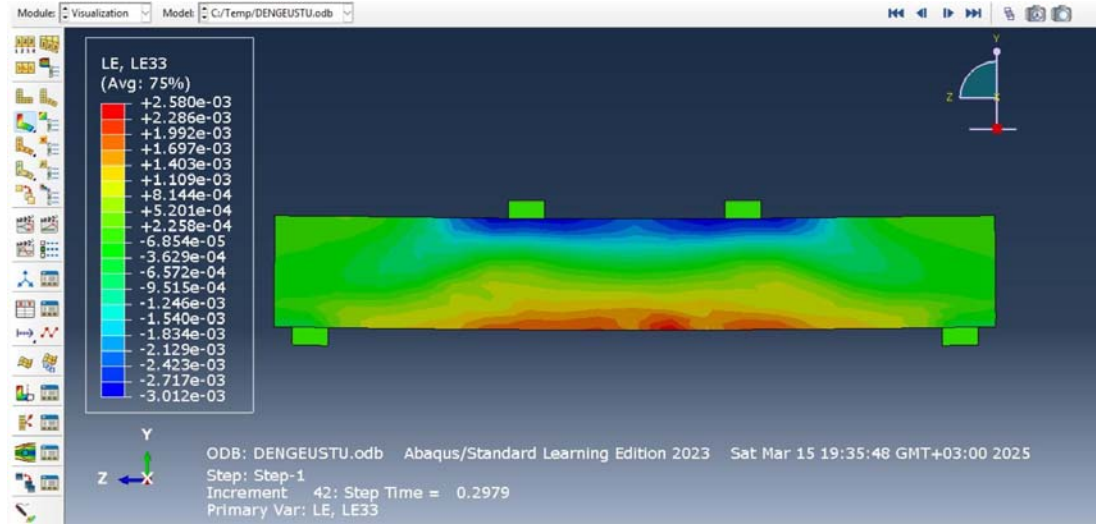


Şekil 3.10. Denge altı donatı' da kirişte Göçme anında oluşan kalıcı deformasyonlar

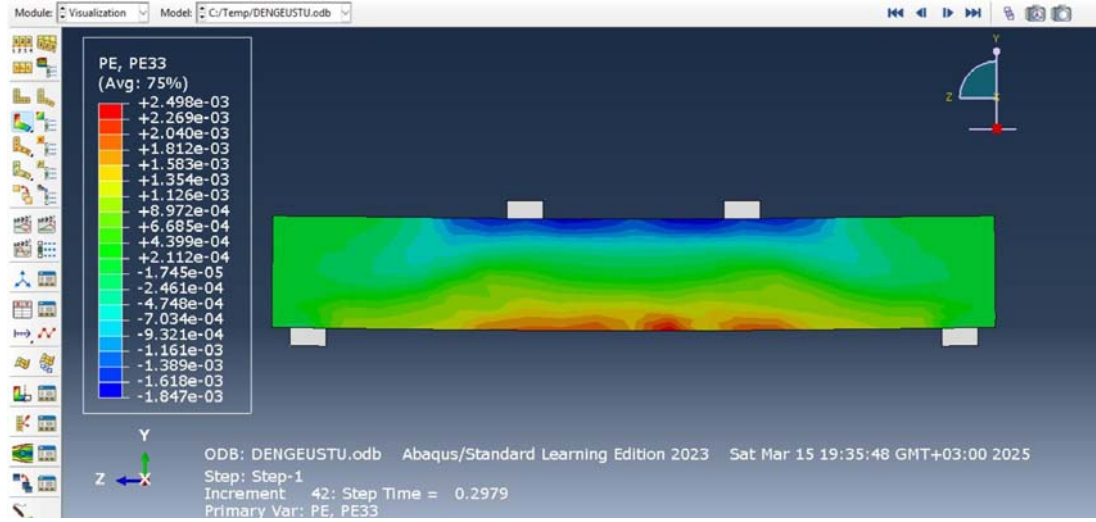
Denge üstü donatı analizinin sonuçları incelendiğinde, Şekil 3.11. ve Şekil 3.12.'de donatının akma dayanımına ulaşmadan, betonun ezilme birim kısalmasına ulaştığı, Şekil 3.10.' da ise kirişin üst bölgesinde basınç etkisiyle, alt bölgesinde ise çekme gerilmeleri nedeniyle oluşan hasarlar, renk farklılıkları sayesinde net bir şekilde görülmektedir



Şekil 3.11. Denge üstü donatı' da Donatının maksimum gerilmeye ulaştığı an



Şekil 3.12. Denge üstü donatı' da betonun ezilme birim kısılmasına ulaştığı an



Şekil 3.13. Denge üstü donatı' da kirişte Göçme anında oluşan kalıcı deformasyonlar

4. BULGULAR

Bu bölümde, hem teorik hesaplamalardan hem de sonlu elemanlar yöntemi ile gerçekleştirilen sayısal analizlerden elde edilen bulgular sunulmuştur.

4.1. Teorik Bulgular

Önceki çalışmalarda dikdörtgen kesitler için formüller çıkarılmış ve j_b , K_b , ρ_b değerlerinin sadece kesitin malzeme dayanımına bağlı olduğu görülmüş olup hesaplamalar yapıp tablo haline getirilmişti. Bu çalışmada ise trapez kesite ait çıkarılan formüller kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda j_b , K_b , ve dengeli donatı oranı ρ_b değerleri, kesitin malzeme dayanımına ve b_1/b_2 genişlik oranına bağlı olduğu görülmüştür. Bazı oranlara göre hesaplamalar yapıp çizelge 4.1. ve çizelge 4.2. haline getirilmiştir. Farklı oranlar içinde çizelge genişletilebilir. Çizelgede sarı şeritler içerisinde bulunan ve 1 oranına göre hesaplanan değerler dikdörtgen kesitlerdeki sonuçlarla aynıdır.

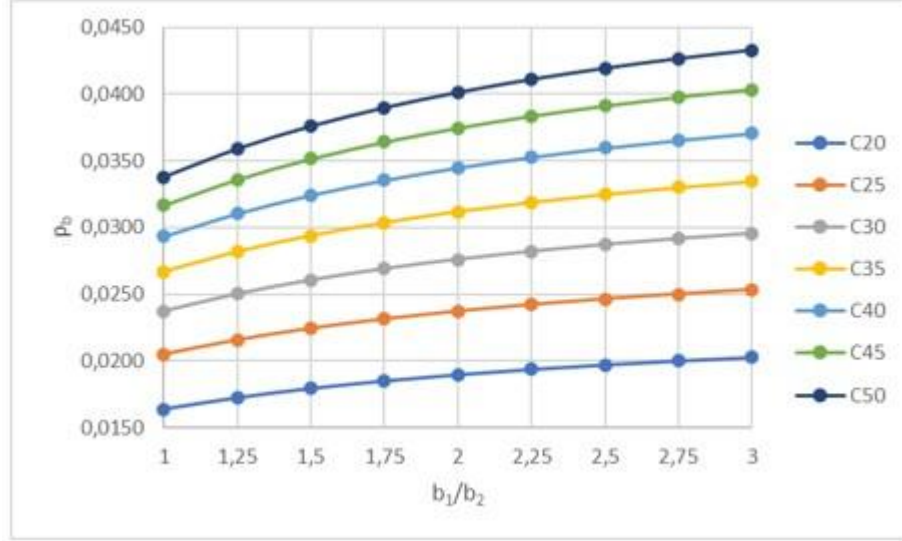
Çizelge 4.1. Trapez kesitli kirişlere ait dengeli değerler

b_1/b_2 ($b_2=b_1-2d/m$)	Beton Sınıfı	Donatı Sınıfı	k_1	k_1c_b/d	j_b	ρ_b	K_b
1	C20	S420	0.85	0.528	0.736	0.0164	227
1.25	C20	S420	0.85	0.528	0.741	0.0173	214
1.5	C20	S420	0.85	0.528	0.744	0.0179	205
1.75	C20	S420	0.85	0.528	0.747	0.0185	198
2	C20	S420	0.85	0.528	0.749	0.0190	193
2.25	C20	S420	0.85	0.528	0.751	0.0194	188
2.5	C20	S420	0.85	0.528	0.752	0.0197	185
2.75	C20	S420	0.85	0.528	0.754	0.0200	182
3	C20	S420	0.85	0.528	0.755	0.0203	179
1	C25	S420	0.85	0.528	0.736	0.0205	182
1.25	C25	S420	0.85	0.528	0.741	0.0216	171
1.5	C25	S420	0.85	0.528	0.744	0.0224	164
1.75	C25	S420	0.85	0.528	0.747	0.0231	158
2	C25	S420	0.85	0.528	0.749	0.0237	154
2.25	C25	S420	0.85	0.528	0.751	0.0242	151
2.5	C25	S420	0.85	0.528	0.752	0.0246	148
2.75	C25	S420	0.85	0.528	0.754	0.0250	145
3	C25	S420	0.85	0.528	0.755	0.0253	143
1	C30	S420	0.82	0.510	0.745	0.0237	155
1.25	C30	S420	0.82	0.510	0.750	0.0250	146
1.5	C30	S420	0.82	0.510	0.753	0.0261	140
1.75	C30	S420	0.82	0.510	0.756	0.0269	135
2	C30	S420	0.82	0.510	0.758	0.0276	131
2.25	C30	S420	0.82	0.510	0.759	0.0282	128
2.5	C30	S420	0.82	0.510	0.760	0.0287	125
2.75	C30	S420	0.82	0.510	0.762	0.0292	123

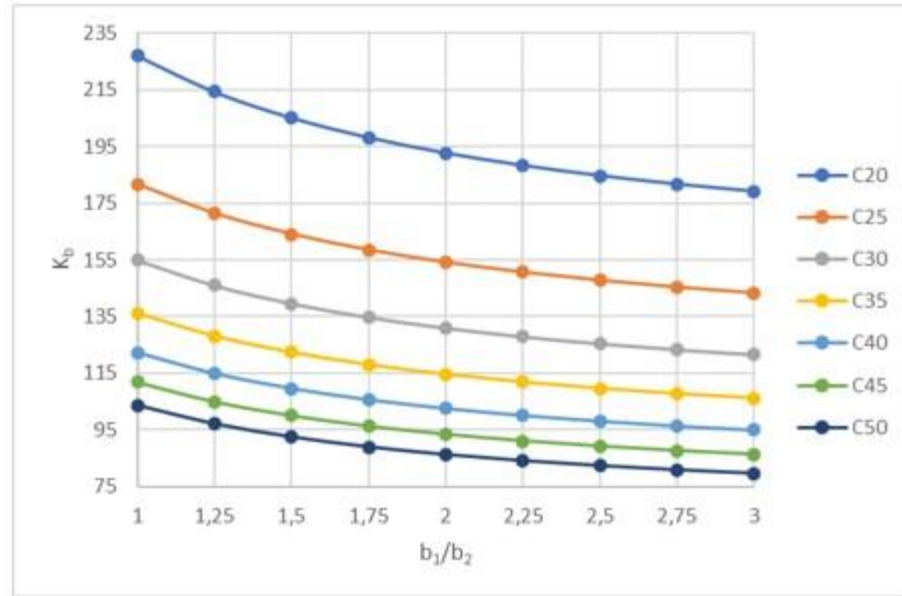
Çizelge 4.2. Trapez kesitli kirişlere ait dengeli değerler

b_1/b_2 ($b_2=b_1-2d/m$)	Beton Sınıfı	Donatı Sınıfı	k_1	k_1c_b/d	j_b	ρ_b	K_b
3	C30	S420	0.82	0.510	0.763	0.0295	122
1	C35	S420	0.79	0.491	0.754	0.0267	136
1.25	C35	S420	0.79	0.491	0.759	0.0282	128
1.5	C35	S420	0.79	0.491	0.762	0.0294	122
1.75	C35	S420	0.79	0.491	0.764	0.0304	118
2	C35	S420	0.79	0.491	0.766	0.0312	115
2.25	C35	S420	0.79	0.491	0.767	0.0319	112
2.5	C35	S420	0.79	0.491	0.769	0.0325	110
2.75	C35	S420	0.79	0.491	0.770	0.0330	108
3	C35	S420	0.79	0.491	0.770	0.0335	106
1	C40	S420	0.76	0.472	0.764	0.0293	122
1.25	C40	S420	0.76	0.472	0.768	0.0310	115
1.5	C40	S420	0.76	0.472	0.771	0.0324	110
1.75	C40	S420	0.76	0.472	0.773	0.0335	106
2	C40	S420	0.76	0.472	0.774	0.0345	103
2.25	C40	S420	0.76	0.472	0.776	0.0353	100
2.5	C40	S420	0.76	0.472	0.777	0.0360	98
2.75	C40	S420	0.76	0.472	0.778	0.0365	96
3	C40	S420	0.76	0.472	0.779	0.0371	95
1	C45	S420	0.73	0.454	0.773	0.0317	112
1.25	C45	S420	0.73	0.454	0.777	0.0336	105
1.5	C45	S420	0.73	0.454	0.779	0.0351	100
1.75	C45	S420	0.73	0.454	0.781	0.0364	96
2	C45	S420	0.73	0.454	0.783	0.0375	93
2.25	C45	S420	0.73	0.454	0.784	0.0383	91
2.5	C45	S420	0.73	0.454	0.785	0.0391	89
2.75	C45	S420	0.73	0.454	0.786	0.0398	88
3	C45	S420	0.73	0.454	0.787	0.0403	86
1	C50	S420	0.70	0.435	0.782	0.0338	104
1.25	C50	S420	0.70	0.435	0.786	0.0359	97
1.5	C50	S420	0.70	0.435	0.788	0.0376	92
1.75	C50	S420	0.70	0.435	0.790	0.0390	89
2	C50	S420	0.70	0.435	0.791	0.0401	86
2.25	C50	S420	0.70	0.435	0.792	0.0411	84
2.5	C50	S420	0.70	0.435	0.793	0.0419	82
2.75	C50	S420	0.70	0.435	0.794	0.0427	81
3	C50	S420	0.70	0.435	0.795	0.0433	80

Çizelge 4.1. ve çizelge 4.2.'deki veriler kullanılarak hazırlanmış olan ρ_b grafiğine bakıldığında dengeli donatı oranı, beton dayanımı ve genişlik oranının artması ile artmaktadır. Fakat beton dayanımı artıkça bu artış miktarı azalmaktadır. K_b grafiği incelendiğinde K_b değeri beton dayanımı ve genişlik oranının artması ile azalmaktadır. Fakat beton dayanımı artıkça bu azalış miktarı azalmaktadır.



Şekil 4.1. ρb Grafiği

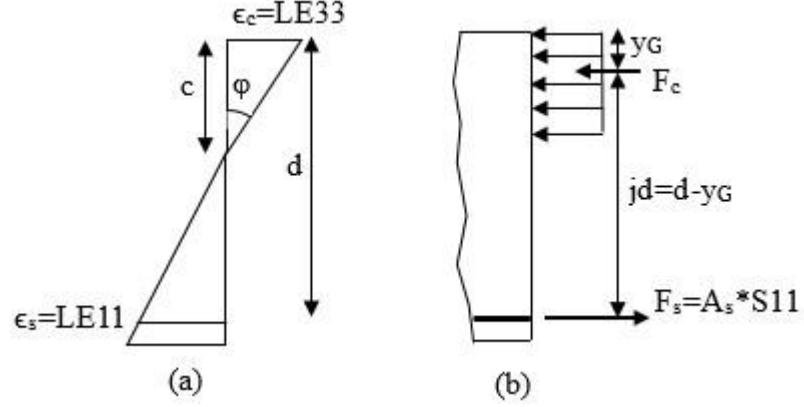


Şekil 4.2. Kb Grafiği

4.2. Sayısal Analiz Bulguları

Moment-eğrilik ilişkisi, betonarme elemanların rijitlik, süneklilik, enerji sönümleme kapasitesini belirlemede önemli bir analitik araçtır (Patel, 2014). Betonarme kirişlerde eğrilik, düzlem kesitlerin eğilmeden sonra da düzlem kalacağı varsayımına dayanarak, kesitte oluşan birim şekil değiştirme değerlerinden hesaplanabilir (Ersoy ve d., 2023). Analiz sürecinde elde edilen veriler arasından S11 (donatı çeliğine ait gerilme değerleri), LE11 (donatı çeliğine ait birim uzama

değerleri) ve LE33 (betona ait birim kısalma değerleri) kullanılarak, Şekil 4.3.'te gösterilen c ve y_G bu çalışmada çıkarılan denklemlerden elde edilerek moment $M=F_s*jd$, eğrilik $\varphi= \epsilon_c/c$ formülleri ile moment-eğrilik ilişkisi hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlar, dengeli donatı oranı, denge altı ve denge üstü donatı oranlarına göre sınıflandırılarak tablo halinde sunulmuştur.



Şekil 4.3. Moment-Eğrilik Analizi İçin Kesit Davranış Diyagramı

Çizelge 4.3. Dengeli Donatı Moment-Eğrilik Hesabı

c (mm)	y _G (mm)	jd (mm)	S11 (MPa)	LE11	LE33	M (kN.m)	φ (1/m)
0	0	270	0	0	0	0	0
156.76	62.43	207.57	1.52	0.0000076	-0.0000105	0.75	0.0000672
156.81	62.44	207.56	3.05	0.0000152	-0.0000211	1.51	0.0001347
156.82	62.45	207.55	4.57	0.0000229	-0.0000317	2.26	0.0002021
156.82	62.45	207.55	6.86	0.0000343	-0.0000475	3.39	0.0003031
156.83	62.45	207.55	10.29	0.0000515	-0.0000713	5.08	0.0004547
156.78	62.43	207.57	15.45	0.0000772	-0.0001070	7.63	0.0006822
154.11	61.40	208.60	24.01	0.0001201	-0.0001597	11.91	0.0010361
148.52	59.24	210.76	38.42	0.0001921	-0.0002348	19.26	0.0015811
142.19	56.79	213.21	58.70	0.0002935	-0.0003265	29.76	0.0022963
138.34	55.29	214.71	79.06	0.0003953	-0.0004153	40.37	0.0030025
136.99	54.77	215.23	97.76	0.0004888	-0.0005034	50.04	0.0036750
136.49	54.58	215.42	114.76	0.0005738	-0.0005867	58.80	0.0042980
136.33	54.52	215.48	118.93	0.0005946	-0.0006065	60.95	0.0044485
136.20	54.46	215.54	123.00	0.0006150	-0.0006260	63.05	0.0045961
136.12	54.43	215.57	128.83	0.0006442	-0.0006550	66.05	0.0048116
136.26	54.49	215.51	137.22	0.0006861	-0.0006990	70.33	0.0051298
136.63	54.63	215.37	150.25	0.0007513	-0.0007696	76.96	0.0056328
137.00	54.77	215.23	163.65	0.0008182	-0.0008428	83.77	0.0061520
137.04	54.79	215.21	167.13	0.0008356	-0.0008613	85.54	0.0062850
137.00	54.78	215.22	172.68	0.0008634	-0.0008894	88.39	0.0064918

Çizelge 4.4. Dengeli Donatı Moment-Eğrilik Hesabı

c (mm)	y _G (mm)	jd (mm)	S11 (MPa)	LE11	LE33	M (kN.m)	φ (1/m)
136.51	54.59	215.41	182.27	0.0009114	-0.0009320	93.38	0.0068272
136.42	54.55	215.45	195.22	0.0009761	-0.0009968	100.03	0.0073070
137.45	54.95	215.05	210.12	0.0010506	-0.0010894	107.47	0.0079259
137.74	55.06	214.94	213.68	0.0010684	-0.0011126	109.23	0.0080778
138.23	55.25	214.75	218.76	0.0010938	-0.0011475	111.73	0.0083007
139.06	55.57	214.43	225.96	0.0011298	-0.0011998	115.23	0.0086278
140.41	56.10	213.90	236.14	0.0011807	-0.0012793	120.13	0.0091108
142.03	56.73	213.27	247.60	0.0012380	-0.0013741	125.59	0.0096740
143.60	57.34	212.66	258.66	0.0012933	-0.0014694	130.83	0.0102316
145.16	57.94	212.06	269.30	0.0013465	-0.0015656	135.82	0.0107851
146.73	58.55	211.45	279.50	0.0013975	-0.0016633	140.56	0.0113359
147.11	58.70	211.30	282.01	0.0014100	-0.0016879	141.72	0.0114733
147.69	58.92	211.08	285.72	0.0014286	-0.0017250	143.44	0.0116797
148.41	59.20	210.80	291.94	0.0014597	-0.0017818	146.36	0.0120049
149.66	59.69	210.31	300.55	0.0015028	-0.0018690	150.34	0.0124872
151.28	60.31	209.69	309.82	0.0015491	-0.0019738	154.51	0.0130471
153.01	60.98	209.02	318.30	0.0015915	-0.0020814	158.24	0.0136026
154.76	61.66	208.34	326.61	0.0016331	-0.0021933	161.84	0.0141706
156.42	62.29	207.71	335.28	0.0016764	-0.0023088	165.63	0.0147589
158.14	62.96	207.04	343.63	0.0017181	-0.0024290	169.21	0.0153584
159.96	63.66	206.34	351.21	0.0017561	-0.0025526	172.36	0.0159567
161.91	64.41	205.59	357.87	0.0017893	-0.0026803	174.99	0.0165526
164.06	65.24	204.76	362.81	0.0018140	-0.0028094	176.69	0.0171222
166.33	66.11	203.89	365.22	0.0018327	-0.0029403	177.11	0.0176758
166.75	66.27	203.73	365.22	0.0018415	-0.0029740	176.97	0.0178331
167.30	66.48	203.52	365.22	0.0018566	-0.0030242	176.79	0.0180750

Çizelge 4.5. Denge Altı Donatı Moment-Eğrilik Hesabı

c (mm)	y _G (mm)	jd (mm)	S11 (MPa)	LE11	LE33	M (kN.m)	φ (1/m)
0	0	270	0	0	0	0	0
145.85	58.21	211.79	1.76	0.0000088	-0.0000103	0.30	0.0000709
145.70	58.15	211.85	3.52	0.0000176	-0.0000207	0.60	0.0001418
145.67	58.14	211.86	5.29	0.0000264	-0.0000310	0.90	0.0002126
145.65	58.13	211.87	7.93	0.0000397	-0.0000464	1.34	0.0003189
145.63	58.13	211.87	11.90	0.0000595	-0.0000697	2.02	0.0004783
144.70	57.76	212.24	18.05	0.0000902	-0.0001042	3.06	0.0007202
139.66	55.81	214.19	28.67	0.0001433	-0.0001536	4.91	0.0010997
129.76	51.96	218.04	47.55	0.0002377	-0.0002200	8.29	0.0016953
118.11	47.40	222.60	76.08	0.0003804	-0.0002958	13.55	0.0025044
108.70	43.70	226.30	107.64	0.0005382	-0.0003627	19.49	0.0033367
102.22	41.15	228.85	138.45	0.0006923	-0.0004218	25.35	0.0041260
97.98	39.47	230.53	167.13	0.0008357	-0.0004760	30.82	0.0048579

Çizelge 4.6. Denge Altı Donatı Moment-Eğrilik Hesabı

c (mm)	y _g (mm)	jd (mm)	S ₁₁ (MPa)	LE ₁₁	LE ₃₃	M (kN.m)	φ (1/m)
95.28	38.41	231.59	193.47	0.0009674	-0.0005276	35.85	0.0055367
94.60	38.14	231.86	200.22	0.0010011	-0.0005400	37.14	0.0057076
93.89	37.85	232.15	207.07	0.0010354	-0.0005519	38.46	0.0058789
93.61	37.74	232.26	209.66	0.0010483	-0.0005563	38.96	0.0059429
93.50	37.70	232.30	210.64	0.0010532	-0.0005579	39.15	0.0059670
93.33	37.63	232.37	212.12	0.0010606	-0.0005603	39.43	0.0060035
92.74	37.40	232.60	215.75	0.0010788	-0.0005643	40.15	0.0060855
92.26	37.21	232.79	218.94	0.0010947	-0.0005682	40.77	0.0061590
91.81	37.03	232.97	222.05	0.0011102	-0.0005720	41.38	0.0062305
91.23	36.80	233.20	226.45	0.0011323	-0.0005778	42.25	0.0063334
90.56	36.53	233.47	232.52	0.0011626	-0.0005867	43.43	0.0064787
89.92	36.28	233.72	240.60	0.0012030	-0.0006007	44.99	0.0066803
89.53	36.12	233.88	250.80	0.0012540	-0.0006220	46.92	0.0069481
89.42	36.08	233.92	254.44	0.0012722	-0.0006300	47.61	0.0070453
89.28	36.03	233.97	259.95	0.0012998	-0.0006421	48.66	0.0071920
89.04	35.93	234.07	268.34	0.0013417	-0.0006602	50.25	0.0074144
88.94	35.89	234.11	271.52	0.0013576	-0.0006669	50.85	0.0074978
88.80	35.84	234.16	276.14	0.0013807	-0.0006767	51.73	0.0076198
88.64	35.77	234.23	282.94	0.0014147	-0.0006915	53.02	0.0078004
88.44	35.69	234.31	292.53	0.0014627	-0.0007125	54.83	0.0080558
88.27	35.63	234.37	306.18	0.0015309	-0.0007436	57.41	0.0084240
88.20	35.60	234.40	319.24	0.0015962	-0.0007744	59.86	0.0087798
88.54	35.73	234.27	330.43	0.0016522	-0.0008061	61.93	0.0091046
88.91	35.88	234.12	342.02	0.0017101	-0.0008396	64.06	0.0094429
88.80	35.84	234.16	356.72	0.0017836	-0.0008741	66.82	0.0098429
88.56	35.74	234.26	363.41	0.0018170	-0.0008869	68.10	0.0100142
87.94	35.50	234.50	365.22	0.0018748	-0.0009056	68.52	0.0102972
86.14	34.78	235.22	365.22	0.0019878	-0.0009313	68.73	0.0108108
85.35	34.47	235.53	365.22	0.0020345	-0.0009404	68.82	0.0110178
84.00	33.93	236.07	365.22	0.0021117	-0.0009536	68.97	0.0113526
81.43	32.91	237.09	365.22	0.0022540	-0.0009733	69.27	0.0119524
76.81	31.07	238.93	365.22	0.0025142	-0.0009995	69.81	0.0130130
72.53	29.36	240.64	365.22	0.0027884	-0.0010242	70.31	0.0141198
71.59	28.99	241.01	365.22	0.0028551	-0.0010303	70.42	0.0143892
70.73	28.64	241.36	365.22	0.0029200	-0.0010365	70.52	0.0146528
69.63	28.20	241.80	365.22	0.0030106	-0.0010463	70.65	0.0150246
68.32	27.68	242.32	365.22	0.0031344	-0.0010617	70.80	0.0155400
66.90	27.11	242.89	365.22	0.0032958	-0.0010857	70.97	0.0162264
66.49	26.94	243.06	365.22	0.0033508	-0.0010948	71.02	0.0164637
66.35	26.89	243.11	365.22	0.0033709	-0.0010982	71.03	0.0165505
66.30	26.87	243.13	365.22	0.0033783	-0.0010995	71.04	0.0165828
66.21	26.83	243.17	365.22	0.0033897	-0.0011014	71.05	0.0166322
66.09	26.78	243.22	365.22	0.0034074	-0.0011043	71.06	0.0167082

Çizelge 4.7. Denge Altı Donatı Moment-Eğrilik Hesabı

c (mm)	yc (mm)	jd (mm)	S11 (MPa)	LE11	LE33	M (kN.m)	ϕ (1/m)
65.89	26.71	243.29	365.22	0.0034341	-0.0011087	71.08	0.0168235
65.60	26.59	243.41	365.22	0.0034747	-0.0011153	71.12	0.0169981
65.15	26.41	243.59	365.22	0.0035390	-0.0011254	71.17	0.0172741
64.40	26.11	243.89	365.22	0.0036424	-0.0011410	71.26	0.0177146
64.13	26.00	244.00	365.22	0.0036822	-0.0011469	71.29	0.0178835
63.70	25.83	244.17	365.22	0.0037436	-0.0011558	71.34	0.0181437
63.53	25.76	244.24	365.22	0.0037668	-0.0011592	71.36	0.0182423
63.29	25.66	244.34	365.22	0.0038022	-0.0011642	71.39	0.0183922
62.92	25.51	244.49	365.22	0.0038572	-0.0011719	71.43	0.0186242
62.35	25.29	244.71	365.22	0.0039415	-0.0011836	71.50	0.0189795
61.55	24.97	245.03	365.22	0.0040691	-0.0012016	71.59	0.0195187
60.43	24.52	245.48	365.22	0.0042630	-0.0012292	71.72	0.0203387
58.80	23.86	246.14	365.22	0.0045636	-0.0012706	71.92	0.0216047
57.27	23.25	246.75	365.22	0.0048712	-0.0013114	72.10	0.0228944
55.87	22.69	247.31	365.22	0.0051818	-0.0013521	72.26	0.0241949
54.37	22.08	247.92	365.22	0.0055610	-0.0014022	72.44	0.0257840
53.10	21.57	248.43	365.22	0.0059403	-0.0014541	72.59	0.0273799
52.11	21.17	248.83	365.22	0.0063132	-0.0015097	72.70	0.0289659
51.18	20.80	249.20	365.22	0.0067214	-0.0015721	72.81	0.0307069
51.06	20.75	249.25	365.22	0.0068181	-0.0015900	72.83	0.0311309
50.97	20.71	249.29	365.22	0.0069118	-0.0016085	72.84	0.0315460
50.87	20.67	249.33	365.22	0.0070487	-0.0016363	72.85	0.0321556
50.34	20.46	249.54	365.22	0.0073128	-0.0016758	72.91	0.0332786
49.97	20.31	249.69	365.22	0.0075479	-0.0017142	72.95	0.0342905
49.78	20.23	249.77	365.22	0.0077594	-0.0017539	72.98	0.0352197
49.74	20.22	249.78	365.22	0.0078336	-0.0017691	72.98	0.0355505
49.73	20.22	249.78	365.22	0.0079392	-0.0017926	72.98	0.0360277
49.79	20.24	249.76	365.22	0.0080877	-0.0018288	72.97	0.0367115
50.05	20.34	249.66	365.22	0.0082903	-0.0018865	72.94	0.0376738
50.81	20.65	249.35	365.22	0.0085394	-0.0019795	72.85	0.0389392
51.02	20.73	249.27	365.22	0.0085991	-0.0020033	72.83	0.0392481
51.33	20.86	249.14	365.22	0.0086925	-0.0020406	72.79	0.0397312
51.77	21.04	248.96	365.22	0.0088497	-0.0020994	72.74	0.0405298
52.37	21.28	248.72	365.22	0.0091199	-0.0021947	72.67	0.0418816
53.01	21.53	248.47	365.22	0.0094602	-0.0023111	72.60	0.0435696
53.75	21.83	248.17	365.22	0.0097965	-0.0024348	72.51	0.0452701
54.65	22.19	247.81	365.56	0.0101199	-0.0025682	72.47	0.0469584
55.91	22.70	247.30	365.92	0.0104270	-0.0027230	72.39	0.0486651
57.57	23.37	246.63	366.27	0.0107188	-0.0029052	72.27	0.0504164
59.81	24.27	245.73	366.57	0.0109804	-0.0031247	72.06	0.0521937

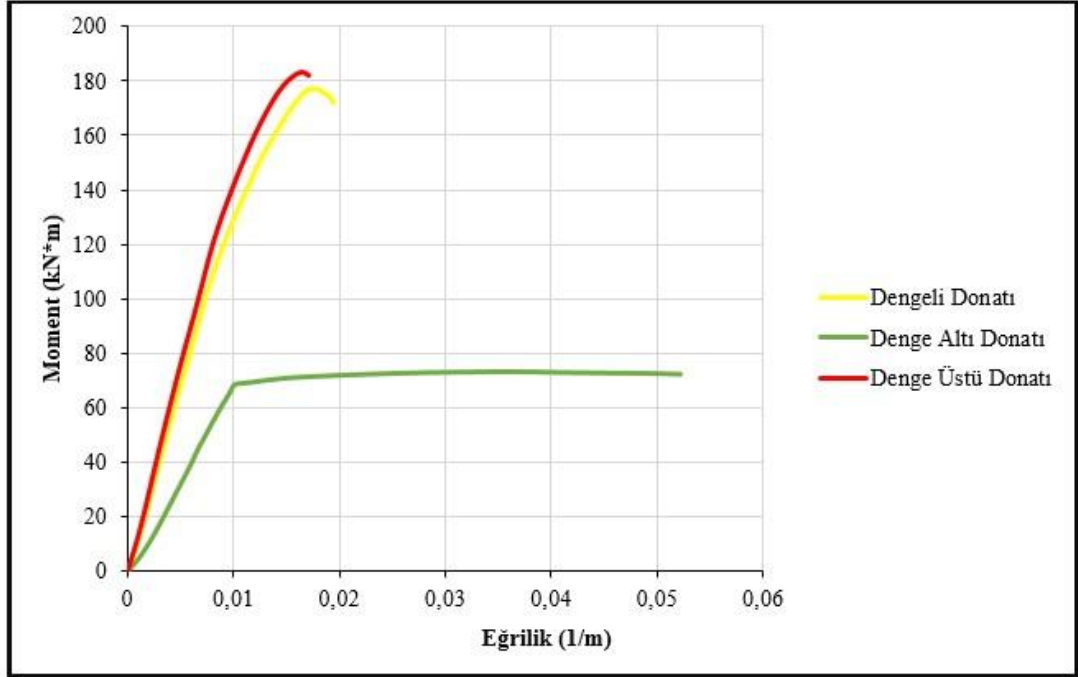
Çizelge 4.8. Denge Üstü Donatı Moment-Eğrilik Hesabı

c (mm)	y _G (mm)	jd (mm)	S _{I1} (MPa)	LE ₁₁	LE ₃₃	M (kN.m)	φ (1/m)
0	0	270	0	0	0	0	0
160.15	63.73	206.27	1.47	0.0000073	-0.0000107	0.85	0.0000669
160.20	63.75	206.25	2.94	0.0000147	-0.0000215	1.70	0.0001340
160.21	63.75	206.25	4.41	0.0000221	-0.0000322	2.55	0.0002010
160.22	63.76	206.24	6.62	0.0000331	-0.0000483	3.82	0.0003016
160.22	63.76	206.24	9.93	0.0000497	-0.0000725	5.74	0.0004524
160.21	63.75	206.25	14.90	0.0000745	-0.0001087	8.60	0.0006785
157.93	62.88	207.12	23.05	0.0001153	-0.0001624	13.37	0.0010285
152.95	60.96	209.04	36.66	0.0001833	-0.0002395	21.46	0.0015660
147.41	58.81	211.19	55.63	0.0002781	-0.0003344	32.89	0.0022688
144.14	57.55	212.45	74.70	0.0003735	-0.0004277	44.43	0.0029675
143.19	57.18	212.82	92.15	0.0004607	-0.0005203	54.91	0.0036333
143.07	57.13	212.87	96.36	0.0004818	-0.0005430	57.43	0.0037957
143.05	57.12	212.88	102.30	0.0005115	-0.0005764	60.98	0.0040291
143.04	57.12	212.88	104.49	0.0005224	-0.0005886	62.28	0.0041150
143.00	57.10	212.90	107.78	0.0005389	-0.0006068	64.25	0.0042433
142.91	57.07	212.93	112.58	0.0005629	-0.0006330	67.12	0.0044292
142.88	57.06	212.94	119.48	0.0005974	-0.0006715	71.24	0.0046998
143.17	57.17	212.83	129.22	0.0006461	-0.0007293	77.01	0.0050942
143.79	57.41	212.59	143.30	0.0007165	-0.0008163	85.30	0.0056769
144.48	57.68	212.32	157.68	0.0007884	-0.0009075	93.74	0.0062812
144.65	57.74	212.26	173.41	0.0008671	-0.0010005	103.06	0.0069169
144.56	57.71	212.29	189.82	0.0009491	-0.0010938	112.83	0.0075659
145.14	57.93	212.07	204.37	0.0010218	-0.0011878	121.35	0.0081835
146.50	58.46	211.54	216.43	0.0010821	-0.0012837	128.19	0.0087621
148.10	59.08	210.92	227.32	0.0011366	-0.0013809	134.25	0.0093240
149.72	59.71	210.29	237.67	0.0011884	-0.0014792	139.95	0.0098795
151.31	60.32	209.68	247.55	0.0012378	-0.0015780	145.34	0.0104284
152.90	60.94	209.06	256.93	0.0012847	-0.0016774	150.40	0.0109703
153.29	61.09	208.91	259.24	0.0012962	-0.0017024	151.64	0.0111052
153.88	61.31	208.69	262.60	0.0013130	-0.0017400	153.44	0.0113068
154.73	61.64	208.36	267.67	0.0013384	-0.0017964	156.16	0.0116097
156.03	62.14	207.86	274.96	0.0013748	-0.0018822	160.03	0.0120623
157.62	62.75	207.25	283.13	0.0014156	-0.0019854	164.29	0.0125957
159.24	63.38	206.62	290.85	0.0014542	-0.0020908	168.26	0.0131289
160.94	64.03	205.97	298.09	0.0014905	-0.0021994	171.91	0.0136654
162.69	64.71	205.29	304.85	0.0015243	-0.0023108	175.24	0.0142030
164.57	65.43	204.57	310.87	0.0015543	-0.0024263	178.06	0.0147419

Çizelge 4.9. Denge Üstü Donatı Moment-Eğrilik Hesabı

c (mm)	y _G (mm)	jd (mm)	S11 (MPa)	LE11	LE33	M (kN.m)	φ (1/m)
166.60	66.21	203.79	315.88	0.0015794	-0.0025446	180.25	0.0152730
168.74	67.03	202.97	320.00	0.0016000	-0.0026662	181.86	0.0157992
170.93	67.87	202.13	323.26	0.0016163	-0.0027886	182.96	0.0163130
173.22	68.74	201.26	324.70	0.0016235	-0.0029057	182.97	0.0167731
175.66	69.68	200.32	324.31	0.0016215	-0.0030195	181.90	0.0171873

Dengeli, denge altı ve denge üstü donatı oranlarına sahip trapez kesitli kirişler için hesaplanan moment ve eğrilik verileri kullanılarak elde edilen moment-eğrilik ilişkisi, Şekil 4.4.'te grafik olarak verilmiştir. Grafik incelendiğinde, donatı oranının moment kapasitesi ve süneklik üzerindeki etkisi açıkça gözlemlenmektedir. Denge altı donatı oranına sahip kesitin moment-eğrilik eğrisi, erken plastikleşme eğilimi göstermekte ve belirli bir moment kapasitesine ulaştıktan sonra belirgin bir plato eğilimi sergileyerek sünek bir davranış ortaya koymaktadır. Bu durum, donatı oranının düşük olması nedeniyle kesitin sünek geçmeye daha yatkın olduğunu ve kırılma öncesinde önemli miktarda şekil değiştirme kapasitesine sahip olduğunu göstermektedir. Dengeli donatı oranına sahip kesitte, maksimum moment kapasitesi denge altı donatıya kıyasla daha yüksek olmakla birlikte, kesitte çekme donatısı akma sınırına ulaştığında basınç bölgesindeki betonun ezilmesiyle birlikte gevrek kırılma gerçekleşmektedir. Bu durum, kesitin belirli bir taşıma kapasitesine sahip olmasına rağmen, süneklik açısından sınırlı bir davranış sergilediğini ve kırılmanın ani şekilde meydana geldiğini göstermektedir. Denge üstü donatı oranına sahip kesitin eğrisi incelendiğinde, maksimum moment kapasitesinin en yüksek olduğu, ancak eğrilik kapasitesinin oldukça sınırlı olduğu görülmektedir. Donatı oranının artması, kesitteki çekme donatısının akmadan gevrek kırılmaya neden olmaktadır.



Şekil 4.4. Moment-Eğrilik İlişkisi

5. TARTIŞMA

Bu çalışmada, trapez kesitli betonarme kirişler için dengeli donatı oranı teorik olarak türetilmiş ve sonlu elemanlar yöntemi ile doğrulanmıştır. Elde edilen bulgular ışığında bazı önemli hususlar tartışılmıştır.

Teorik hesaplamalar, dikdörtgen kesitli kirişler için elde edilen formüllerin trapez kesitlere başarıyla uyarlanabileceğini göstermiştir. Bu kapsamda, dengeli donatı oranı ρ_b 'nın yalnızca beton ve donatı çeliğinin dayanımına değil, aynı zamanda kesit geometrisinin b_1/b_2 oranına da bağlı olduğu ortaya konulmuştur. Bu sonuç, literatürde dikdörtgen kesitli kirişler için bildirilen bulguların ötesine geçerek, trapez kesitli kirişlerin tasarımında geometrik etkilerin mutlaka dikkate alınması gerektiğini göstermektedir.

Sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan analizler sonucunda, farklı donatı oranlarının kirişlerin kırılma türü üzerinde belirleyici olduğu tespit edilmiştir.

- Denge altı donatıya sahip kirişler, sünek davranış göstermiş ve kırılmadan önce yüksek şekil değiştirme kapasitesine ulaşmıştır. Bu durum, yapı güvenliği açısından istenen bir davranıştır.
- Dengeli donatı oranına sahip kirişlerde, donatının akması ile betonun ezilmesi neredeyse eş zamanlı gerçekleşmiş ve ani kırılma gözlenmiştir.
- Denge üstü donatıya sahip kirişlerde ise beton ezilmesi, donatının akmasından önce meydana gelmiş ve gevrek kırılma ile sonuçlanmıştır.

Bu bulgular, literatürde betonarme kirişler için bilinen davranış tiplerini doğrulamakta, ayrıca trapez kesitler için de aynı geçerliliğin bulunduğunu göstermektedir.

Elde edilen moment–eğrilik eğrileri, donatı oranının süneklik ve moment kapasitesi üzerinde önemli etkiler yarattığını ortaya koymuştur.

- Denge altı donatılı kirişlerde moment kapasitesi sınırlı olmakla birlikte süneklik kapasitesi yüksek çıkmıştır.
- Dengeli donatılı kirişlerde süneklik sınırlı kalmış, ani kırılma meydana gelmiştir.
- Denge üstü donatılı kirişlerde moment kapasitesi en yüksek değere ulaşmış, ancak süneklik kapasitesi oldukça düşük kalmıştır.

Bu sonuç, yapı güvenliği açısından optimum davranışın, sünek kırılmayı sağlayan denge altı donatı oranında gerçekleştiğini göstermektedir.

Abaqus/CAE Learning Edition (2023), yazılımı ile yapılan sonlu elemanlar analizleri, teorik formülasyonlardan elde edilen sonuçlarla büyük oranda uyum göstermiştir. Bu durum, önerilen dengeli donatı oranı formülünün güvenilirliğini doğrulamakta ve trapez kesitli betonarme kirişlerin tasarımında mühendisler için kullanılabilir bir yöntem sunduğunu ortaya koymaktadır.

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada, trapez kesitli betonarme kirişlerde dengeli donatı oranının belirlenmesine yönelik teorik bir formülasyon geliştirilmiş ve sonlu elemanlar yöntemi ile doğrulaması yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

Dengeli donatı oranı ρ_b yalnızca beton ve donatı malzemelerinin dayanımına değil, aynı zamanda kesit geometrisine b_1/b_2 oranında bağlıdır. Bu durum, trapez kesitli kirişlerin tasarımında geometrik parametrelerin dikkate alınması gerektiğini göstermektedir.

b_1/b_2 oranı arttıkça dengeli donatı oranı da artmakta, ancak beton dayanımının yükselmesi ile bu artış miktarı azalmaktadır.

Sonlu elemanlar yöntemi ile gerçekleştirilen analizler, türetilen dengeli donatı oranı formülünü doğrulamış ve teorik sonuçlarla uyumlu davranışlar ortaya koymuştur.

Donatı oranının kiriş davranışına etkisi belirgin şekilde gözlenmiştir:

- Denge altı donatıya sahip kirişler, sünek kırılma göstermiş ve yüksek şekil değiştirme kapasitesine ulaşmıştır.
- Dengeli donatı oranına sahip kirişlerde, betonun ezilmesi ile donatının akması neredeyse eşzamanlı gerçekleşmiş ve ani kırılma meydana gelmiştir.
- Denge üstü donatıya sahip kirişlerde, beton ezilmesi donatının akmasından önce oluşmuş ve gevrek kırılma ile sonuçlanmıştır.

Moment–eğrilik ilişkileri incelendiğinde, donatı oranı arttıkça moment kapasitesinin yükseldiği, ancak süneklik kapasitesinin azaldığı belirlenmiştir. Bu sonuç, yapı güvenliği açısından optimum davranışın denge altı donatı oranında elde edildiğini göstermektedir.

Elde edilen bulgular, trapez kesitli kirişlerin ekonomik ve güvenli tasarımı için geliştirilen formülasyonun mühendislik uygulamalarında kullanılabilir olduğunu ortaya koymaktadır.

7. ÖNERİLER

Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda gelecekte yapılacak araştırmalar ve uygulamalar için aşağıdaki öneriler sunulmaktadır:

Farklı Kesit Tipleri: Bu çalışmada yalnızca trapez kesitli kirişler incelenmiştir. Gelecekte, T, I ve kutu kesitli kirişlerde de dengeli donatı oranı araştırılarak karşılaştırmalı analizler yapılabilir.

Malzeme Dayanımları: Çalışmada C20–C50 aralığındaki beton sınıfları ve S420 sınıfı donatı çeliği kullanılmıştır. Daha yüksek dayanımlı beton (C60 ve üzeri) ve farklı çelik sınıflarının (ör. S500) incelenmesi, formülasyonun geçerliliğini test etmek açısından yararlı olacaktır.

Dinamik Yükler: Bu çalışmada statik yükler altında kiriş davranışı incelenmiştir. Deprem, rüzgâr veya darbe etkileri gibi dinamik yükler altında trapez kesitli kirişlerin performansının araştırılması önerilmektedir.

Uzun Dönem Davranışları: Betonarme elemanlarda sünme ve rötre etkileri uzun vadede önemli rol oynamaktadır. Trapez kesitli kirişlerde dengeli donatı oranının uzun dönem davranışlara etkisi ayrıca incelenmelidir.

Deneysel Çalışmalar: Bu tez kapsamında teorik ve sayısal analizler yapılmıştır. Gelecek çalışmalarda laboratuvar ortamında deneysel çalışmalar gerçekleştirilerek, geliştirilen formülasyonun doğruluğu daha güçlü şekilde test edilebilir.

Yapı Tasarımına Uygulanabilirlik: Önerilen formülasyon, mühendislik pratiğinde kullanılabilir niteliktedir. Ancak gerçek yapı projelerine uygulanarak ekonomik ve güvenlik açısından sağladığı avantajlar detaylı biçimde değerlendirilmelidir.

KAYNAKLAR

- Adhikary, S. D., Li, B., and Fujikake, K. (2014). Effects Of High Loading Rate On Reinforced Concrete Beams. *ACI Structural Journal*, V. 111, No. 3, May-June 2014.
- Akkaya, S. T., Mercimek, Ö., Anıl, Ö., ve Tokgöz, M. N. (2024). Deprem Yüklemesi Etkisinde Betonarme Kirişlerin Davranışına Beton Basınç Dayanımı ve Kesme Donatısı Oranının Etkilerinin Deneysel Olarak İncelenmesi. *Uluslararası Mühendislik Araştırma ve Geliştirme Dergisi*, c.16, s.2, 852-859, Haziran 2024.
- Al-Ansari, M. S., and Afzal, M. S. (2019). Simplified Irregular Beam Analysis and Design. *Civil Engineering Journal*, Vol. 5, No. 7, July 2019.
- Aldhabir, W., Sarbıyık, A., ve Aydın, E. (2018). CFRP ile Güçlendirilmiş Eğilme Yüğü Etkisindeki Betonarme Kirişlerin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Analizi. *International Symposium on Innovative Technologies in Engineering and Science*, 09-11 November 2018, (ISITES2018 Alanya – Antalya - Turkey)
- Belgin, Ç. M., ve Şener, S. (2007). Aşırı Donatılı Kirişlerde Boyut Etkisinde Kırılma Parametrelerinin Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Analizi. *Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Dergisi*, c.22, s.1, 149-156, 2007.
- Celep, Z., ve Kumbasar, N. (1998). *Betonarme Yapılar*. ISBN: 975-95405-3-3, İkinci Baskı, İstanbul.
- Dassault Systèmes Simulia Corp. (2023). *Abaqus/CAE Learning Edition 2023*. Dassault Systèmes.
- Ersoy, U., Özcebe, G., ve Canbay, E. (2023). *Betonarme: Davranış ve Hesap İlkeleri - Cilt 1*. Yayın No.: 5134, Mühendislik-Teknik No.: 505, ISBN: 978-625-397-883-9, E-ISBN: 978-625-397-885-3, Basım Sayısı: 10.
- Güler, M. S., ve Şen, S. (2015). Sonlu Elemanlar Yöntemi Hakkında Genel Bilgiler. *Ordu Üniv. Bil. Tek. Dergisi*, c.5, s.1, 56-66, 2015.
- Hafezolghorani, M., Hejazi, F., Vaghei, R., Jaafar, M. S. B., and Karimzade, K. (2017). Simplified Damage Plasticity Model for Concrete. *Structural Engineering International* Nr. 1/2017
- Hussein, M. I. M., and Rasheed, M. M. (2023). Shear Capacity Of Reinforced Concrete Beams Without Shear Reinforcement: Review. *Journal of Engineering and Sustainable Development*, Vol. 27, No. 05, September 2023 ISSN 2520-0917.
- Kalkan, İ., Kahraman, E., ve Başaran, B. (2019). Farklı Donatı Oranlarına Sahip Düzenli Kare Boşluklu Betonarme Kirişlerin Eğilme Davranışları. *Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, c.9, s.3, 1417-1430, 2019.
- Kaltakçı, M. Y., Korkmaz, H. H., ve Korkmaz, S. Z. (2001). Basit Eğilme Etkisindeki Betonarme Elemanların Moment-Eğrilik Ve Tasarım Değişkenleri Üzerine Analitik Bir İnceleme. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, c.7, s.1, 71-80, 2001.

- Kaya, N., Avanođlu Sıcacık, E., Bakırcı Er, Ş., Koprıman, Y., ve Bükükkaragöz, A. (2021). Hibrit (GFRP-Çelik) Donatılı Kirişlerde Donatı Oranının Eğilme Davranışına Etkileri. *Politeknik Dergisi*, c.24, s.3, 1109-1119, 2021
- Khalil, A. H., Nabil, M., and Mohamed, M. M. (2017). Shear Behavior Of Trapezoidal Beams. *Journal Of Al Azhar University Engineering Sector*, Vol. 12, No. 42, January 2017, 37-53.
- Kumbasaroglu, A., ve Sezgin, H. İ. (2020). Kullanılan Farklı Katkı Maddelerinin ve Farklı Beton Dayanım Seviyelerinin Kısa Kirişlerin Sünekliğine Etkisi. *Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, c.13, s.2, 756-771, 2020.
- Patel, J. A. (2014). Evaluation of Moment-Curvature Relationship for Reinforced Concrete Beam Element. Master's thesis, Nirma University, Institute of Technology, Department of Civil Engineering.
- Rai, P. (2021). Non-Linear Finite Element Analysis of RC Deep Beam Using CDP Model. *Advances in Technology Innovation*, vol. 6, no. 1, pp. 01-10.
- Sada, M. J., and Resan, S. F. (2021). Shear Performance of Hybrid Concrete Deep Beams of Trapezoidal Section. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, doi:10.1088/1757-899X/1067/1/012015.
- Serdar, A. H., Demirtaş, G., Sarıbyık, M., ve Çağlar, Naci. (2020). Eğilme Etkisi Altındaki Lifli Betonarme Kirişlerin Doğrusal Olmayan Analizi. 4th International Symposium on Natural Hazards and Disaster Management, 24-25 October 2020, (ISHAD2020 Bursa - Turkey)
- Shafeeq, S., Al-Shathr, B. S., and Al-Hussnawi, M. (2018). Effects of trapezoidal cross-section dimensions on the behaviours of CFRP SCC beams. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, doi:10.1088/1757-899X/433/1/012012.
- Sümer, Y., ve Aktaş, M. (2011). Betonarme Kirişlerin Doğrusal Olmayan Sonlu Elemanlar Analizinde Çözüm Ağı Sıklığı Etkisinin İncelenmesi. *e-Journal of New World Sciences Academy 2011*, Volume: 6, Number: 1, Article Number: 1A0143.
- TBDY (2018). Deprem Etkisi Altında Binaların Tasarımı İçin Esaslar.
- TS 500 (2000). Betonarme Yapıların Tasarım Ve Yapım Kuralları. Türk Standartları Enstitüsü, Şubat 2000, ICS 91.080.40.
- Yüksel, S. B., Jamal, R., ve Foroughi, S. (2020). Betonarme Kirişlerin Şekil Değıştirme Esaslı Hasar Sınırlarının Araştırılması. *Konya Mühendislik Bilimleri Dergisi*, c.8, s.2, 211-222, 2020.
- Yüksel, S. B., Jamal, R., ve Foroughi, S. (2020). Kirişlerde Basınç Donatısı Oranının Moment-Eğrilik İlişğine Etkisi. *Konya Mühendislik Bilimleri Dergisi*, c.8, s.1, 1-17, 2020.